

Étude expérimentale, analytique et numérique de la flexion d'arceaux de tente en fibre de verre

1. Introduction

La mécanique des structures, et notamment la théorie des poutres, fournit des équations simplifiées qui permettent d'obtenir une approximation de la déformée et de l'état de contraintes d'un composant mécanique. Cette approximation est valable lorsque certaines hypothèses concernant notamment la réponse mécanique du matériau et les conditions aux limites du système sont satisfaites. Ces équations sont très puissantes car elles permettent de dimensionner un composant assez facilement et de manière paramétrique. Bien souvent ces équations reposent sur l'hypothèse des petites déformations et petits déplacements, ce qui restreint leur domaine d'application. Nous allons nous intéresser dans ce mini-projet au comportement mécanique d'une structure élancée dans laquelle l'hypothèse de petits déplacements n'est plus valable et ainsi étudier les erreurs commises par la théorie par rapport à des observations expérimentales. Nous comparerons également ces solutions à une résolution numérique du problème.

Les grands déplacements induisent des non-linéarités dans le système car il n'est plus possible de supposer que la géométrie finale du composant est la même que celle que l'on avait au départ (hypothèse des petits déplacements). Il est donc nécessaire de prendre en compte ces non-linéarités car autrement la solution fournie par les équations de la

mécanique des structures serait trop éloignée de la solution réelle du problème. On constate que la solution analytique de ces équations devient rapidement très compliquée et bien souvent cette solution n'est même pas connue. Pour pallier à cette difficulté, il est possible d'utiliser des outils numériques tels que des logiciels éléments finis faisant appel à des techniques d'intégration numérique pour résoudre ces équations différentielles.

Objectif du miniprojet : étudier le comportement mécanique d'une structure élancée dans laquelle des non-linéarités géométriques vont jouer un rôle important. Comparer les solutions analytiques obtenues avec des observations expérimentales et des résultats numériques.

Exemple d'application : la **réponse mécanique d'arceaux de tentes** sera étudiée. Un arceau peut être vu comme une poutre élancée qui peut résister à des moments de flexion importants sans rompre (Figure 1).



Figure 1. Flexion d'arceaux de tente

Méthodologie :

- Analyse bibliographique portant sur le matériau en fibre de verre et sur la théorie des poutres en grands déplacements
- Analyse géométrique de la structure (tubulaire cylindrique)
- Caractérisation du matériau par un essai de flexion 3 points et grâce à la théorie des poutres (hypothèse des petites perturbations)
- Résolution analytique sur la base de la théorie des poutres en petites perturbations
- Résolution numérique en tenant compte des grands déplacements
- Comparaison à la solution expérimentale

2. Programme détaillé

2.1. Analyse bibliographique

Une étude bibliographique marquera le début de ce miniprojet. Cette étude permettra d'une part d'étudier le matériau utilisé pour réaliser ces arceaux de tente et ainsi d'identifier les propriétés mécaniques essentielles : rigidité, résistance mécanique, etc ... D'autre part, il s'agira d'étudier les spécificités de la théorie des poutres en grands déplacements. Cela permettra notamment de comprendre quelles sont les grandeurs physiques d'importance pour le déroulement du projet. De plus on identifiera le type d'essais mécanique à mettre en œuvre afin de caractériser le matériau pour l'application proposée.

2.2. Analyse géométrique

Avant de réaliser le moindre essai, il est important de connaître parfaitement la géométrie de la structure étudiée. Dans le cas d'arceaux de tente, il s'agit d'une structure élancée cylindrique creuse. Les mesures de diamètres et

d'épaisseurs seront donc importantes notamment pour les analyses analytiques et numériques.

2.3. Essais de flexion trois points

Les modèles relevés pendant la phase bibliographique permettront d'identifier quelles sont les propriétés du matériau qu'il faut identifier pour résoudre le problème.

Q1.1 : Décrire brièvement par des schémas le montage de l'essai nécessaire à l'identification des propriétés du matériau. Réfléchir à une mesure précise du déplacement au cours de l'essai (nature et position des capteurs). Par rapport à un essai « classique » quels sont les spécificités inhérentes aux essais à mettre en œuvre. Autrement dit, quels sont les points importants auxquels il faudra faire attention pendant les essais.

Q1.2 : Mettre en place un plan d'expériences afin de pouvoir identifier les propriétés mécaniques du matériau : quelle dimension des arceaux sera étudiée, quel gamme de déplacement ...

Q1.3 : Identifier les propriétés mécaniques des matériaux qui seront utilisées dans les approches analytiques et numériques suivantes. Analyser la variabilité sur les propriétés obtenues.

2.4. Analyse expérimentale des arceaux de tente

Nous étudierons le comportement des arceaux sous sollicitation statique.

Q2.1 : Définir les conditions expérimentales reproductibles permettant de mesurer précisément la flèche des arceaux sous chargement statique.

Q2.3 : Mesurer la flèche des arceaux dans un premier temps sous l'action de son propre poids, puis sous l'action de deux poids à définir pour éviter toute rupture.

2.5. Traitement analytique des résultats

Nous nous placerons dans un premier temps dans l'hypothèse des petites perturbations et nous calculerons la flèche de la poutre pour les 3 conditions testées expérimentalement.

Q3.1 *comparer les flèches analytiques obtenues aux flèches expérimentales. Commenter les différences observées.*

Q3.2 *Faites une étude détaillée concernant l'angle à l'encastrement des arceaux. Quel est l'impact de cet angle sur la flèche mesurée de la poutre.*

Q3.3 : *Décrire les hypothèses à lever pour améliorer la résolution analytique du problème et tenter de résoudre le problème analytiquement.*

2.6. Traitement numérique des résultats

Nous nous placerons maintenant dans l'hypothèse des grands déplacements et nous proposons de développer un programme permettant de résoudre les équations obtenues de manière numérique

Q4.1 : *Choisissez la méthode numérique la plus appropriée pour pouvoir résoudre le problème de déflexion proposé.*

Q4.2 : *Implémentez la méthode sélectionnée précédemment.*

Q4.3 : *Comparez ces résultats en grandes perturbations avec des résultats équivalents trouvés à l'aide d'approches en petites perturbations.*

2.7. Quelques idées pour aller plus loin

En fonction de l'avancement du mini-projet, vous pourrez tenter de répondre à quelques questions supplémentaires, telles que :

- Rupture : quelle charge appliquer pour mener à la rupture des arceaux et décrire le mécanisme de rupture
- Lors du repliage, ces arceaux sont également soumis à des torsions importantes. Quelle est l'influence de ces torsions sur les contraintes apparaissant dans la section des arceaux ?

3. Bibliographie

- Graig A. Spolek & Stephen R. Jefferies, *Analysis of large deflections of fishing rods, Computational Methods and Experimental Measurements*, pp. 637-648, 1982
- H. Ohnishi & A. Matsuzaki, *The large deformation analysis of a graphite fishing rod, Computers & Structures*, Vol. 21, No. 1/2, pp. 265-271, 1985.
- M.B. Parkinson, G.M. Roach and L.L. Howell, *Predicting the large deflection path of tapered cantilever beams, Recent Advances in Solids and Structures*, 415:195-200, 2000.