

ENSMP 1ère année, Mécanique des matériaux solides, mars 2012

Dissipation d'énergie élastique, compressions de balles de Squash.

1 Introduction du sujet et des outils

Présentation

Le comportement d'une balle de squash constitue une excellente étude de cas pour comprendre le comportement complexe des caoutchoucs. Les caoutchoucs font partis d'une classe de matériau, les élastomères, très utilisés dans l'industrie notamment pour leurs grandes déformabilités uniques et leurs pouvoir amortissants. Les applications sont multiples telles que les amortisseurs, les pneumatiques A travers ce 'simple' cas, le formalisme et les mécanismes de déformations des élastomères seront étudiés. Ainsi vous découvrirez pourquoi avant de commencer une partie de squash, il faut "chauffer" la balle. Les différentes contributions du comportement du rebond de la balle seront analysées et les effets matériaux et de structures seront dissociés.

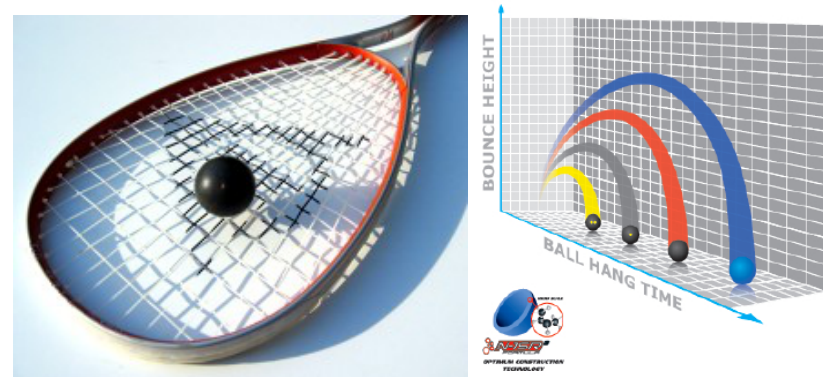
Objectifs

Le comportement viscoélastique complexe des caoutchoucs peut être étudiés en utilisant de simples tests de rebond et des essais de compression. On cherchera dans un premier temps à trouver le comportement de la balle en compression, à savoir la relation entre la force F appliquée sur la balle, et l'écrasement δ de cette dernière. Des essais cycles de charge et décharge seront appliqués à différentes températures. L'hystérésis sera alors évalué. L'hystérésis sera à comparer au coefficient de restitution évalué grace au rebond de la balle. Ainsi le comportement du matériau sera directement relié au pouvoir rebondissant de la balle. La pression interne dans la balle sera ensuite évaluée en effectuant d'autres essais de compressions sur des balles percées. Ainsi les contributions, du comportement matériaux et de l'effet de structure sur le comportement du rebond de la balle seront clairement identifiées.

Matériel, logiciels, et documents

la balle de squash est composée de deux demi-sphère creuses de caoutchouc renforcés en outre de noir de carbone. Celles-ci sont collées. La balle a un diamètre

d'environ 40mm . l'épaisseur de la coque est d'environ 2mm . Les balles ne sont pas préssurisées, contrairement aux balles de tennis lorsque la pression interne diminue il faut d'ailleurs les changer. L'air dans la balle de squash est donc à la pression atmosphérique. Les balles sont marquées de points de couleurs, elles correspondent aux niveaux des joueurs mais surtout au pouvoir rebondissant de la balle. Plus le joueur est confirmé moins la balle rebondi. Vous disposez de deux catégories de balles, balles avec deux points jaunes, balles pour la compétition et balles avec un point bleu, balles pour débutant.



Balles, raquette et rebond des balles de squash

1.1 Élasticité caoutchoutique et Modélisation hyperélastique

Voici ci-dessous une description très condensée du cadre théorique qui vous permettra de mieux comprendre l'origine de l'élasticité caoutchoutique et sa modélisation mécanique. L'élasticité caoutchoutique doit son origine à sa composition de macromolécules. L'origine physique de cette élasticité est différente de l'élasticité provenant des interactions entre atomes dans un réseau cristallin par exemple. La description de l'origine de l'élasticité caoutchoutique peut être faite de la façon suivante :

1. Conformation statistique d'une chaîne idéale et en particulier statistique

gaussienne du vecteur entre extrémités.

2. Entropie d'une chaîne ayant une elongation donnée.
3. Energie libre de cette chaîne et la force qui en dérive.
4. Description d'un réseau fait de chaînes idéales dont les configurations obéissent à une statistique gaussienne.
5. Variation de l'entropie d'une chaîne dans un volume élémentaire soumis à une déformation $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$.
6. Variation de l'entropie et de l'énergie libre de l'ensemble du volume élémentaire.
7. Dérivation du tenseur des contraintes (Loi de Treloar).

Pour la modélisation du comportement mécanique, l'élasticité des réseaux macromoléculaires présentent trois particularités importantes :

1. Les niveaux de déformation élastique sont généralement de grande amplitude. Typiquement, un élastomère peut subir des déformations de plus de 100% et retrouver quasi-parfaitement sa forme initiale.
2. Comme pour un ressort, les contraintes générées par l'élasticité caoutchoutique sont définies par rapport à la position initiale.
3. La relation contrainte-déformation dérive directement de l'énergie libre du système et plus particulièrement de son entropie.

Les aspects (1) et (2) indiquent que les approximations faites dans le formalisme en petite déformation ne sont généralement pas vérifiées. Il est donc nécessaire de se placer dans le cadre plus général des "grandes" déformations.

La particularité (3) suggère par ailleurs que les élastomères peuvent être modélisés par une loi de comportement *hyperélastique*. En effet, les mécanismes d'élasticité caoutchoutique suggèrent que la contrainte dérive de l'énergie libre de la façon suivante :

$$\mathbf{\Pi} = \rho \frac{\partial \psi(\mathbf{E}, T)}{\partial \mathbf{E}}$$

où $\mathbf{\Pi}$ est le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff II, \mathbf{E} est le tenseur de déformation de Green-Lagrange, T la température, ρ la densité et ψ la densité d'énergie libre.

En première approximation, il est raisonnable de considérer le matériau comme isotrope. Dans ce cas, le théorème de Rivlin et Ericksen (cf. cours MMC) indique que l'énergie libre peut s'exprimer comme une fonction des

invariants principaux I_1 , I_2 et I_3 du tenseur des déformations \mathbf{E} . Plusieurs modèles hyperélastiques existent pour modéliser le comportement des réseaux macromoléculaires. Un modèle plus général que le modèle microscopique obtenu dans la section précédente (modèle de Treloar) est le modèle de Mooney-Rivlin (MR) proposé par Mooney et Rivlin en 1952 pour un matériau hyperélastique et incompressible. Dans ce modèle, la densité d'énergie libre s'exprime :

$$\rho \psi(\mathbf{E}, T) = C_1(T) (I_1 - 3) + C_2(T) (I_2 - 3) \quad (1)$$

où C_1 et C_2 sont des paramètres matériau déterminés empiriquement.

2 Programme détaillé

Séance- Cours élasticité caoutchoutique et essais mécaniques

Pour caractériser ce matériau en compression, vous disposez d'une machine INSTRON® 3300.



La manipulation d'une machine de traction implique des risques pour vous et pour ceux qui vous entourent. Respectez les consignes de sécurité et ne manipulez jamais en l'absence du personnel encadrant.

La réalisation des essais comportera les étapes suivantes :

- Créer le programme qui servira à réaliser les essais de compression à l'aide du logiciel BlueHill®.
- Mesurer les dimensions de l'échantillon.
- Positionner les limites des canaux *déplacement de la traverse et charge*, ainsi que la limite mécanique pour protéger l'échantillon et la cellule de force.
- Tarer la charge.
- Définir la position zéro de la traverse.
- Réaliser l'essai de compression.
- Démonter le dispositif en fin d'essai.

1. Décrivez brièvement par des schémas le montage de l'essai, la nature et position des capteurs.
2. Mettez en place des essais permettant d'étudier :
 - Le caractère élastique du matériau.
 - Le comportement sous des chargements cycliques.

- l'effet de la température 20°C, 40°C, 0°C (contrôler l'évolution de la température pendant l'essai)

2.1 Etude du rebond d'une balle sur une paroi rigide

- faites une recherche bibliographique sur les balles de squash et le comportement viscoélastique des élastomères.
- à quelle grandeur mécanique est reliée la capacité amortissante d'un matériau viscoélastique.
- Analyser la chute d'une balle (sans effort) à une hauteur h_1 et son rebond sachant que celle-ci rebondi à une hauteur h_2 (Etude de la collision d'une sphère sur une paroi rigide) On considérera qu'il n'y a pas de frottement. Introduire le coefficient de restitution e , en écrivant une loi de Newton disant que le rapport des vitesses relatives après et avant le choc est égal à e . Le coefficient de restitution e dépend de la nature des matériaux. Faites un peu de biblio afin de trouver le coefficient de restitution de différentes balles (squash, tennis, base ball, superball). Dans le cas un choc élastique ($E = 1$).
- prévoir le rebond d'une balle de squash à température ambiante si celle-ci est lâchée à 3 m du sol.
- relier le coefficient de restitution au facteur d'amortissement des élastomères.

2.2 Analyse des essais de compression

- Pour chaque essai, tracer la force en fonction du déplacement
- Décrire la nature du comportement et les phénomènes cycliques. Une recherche bibliographique de l'effet Mullins et l'adoucissement cyclique vous permettront d'analyser vos résultats.
- En déduire la valeur de l'hystérésis sur les 2^{èmes} cycles, pour toutes les températures étudiées.

- Evaluer ensuite le rapport entre l'hystérésis et l'énergie mécanique de déformation de la montée en charge du deuxième cycle. Quel est le lien de cette valeur et le facteur d'amortissement d'un comportement viscoélastique. Conclure sur l'intérêt de faire des essais de compression pour étudier le rebond d'une balle. Discuter des conditions d'expérience en particulier la vitesse.

2.3 Simulation par éléments finis

- Identifier le module d'Young de la balle de squash. Pour cela effectuer des essais très lents. Comparer le résultat à la nature du matériau constituant la balle de squash.
- Simuler vos essais de compressions et identifier les paramètres matériaux, vous pouvez faire une étude de sensibilité de chacun des paramètres afin de vous aider à identifier les paramètres.
- Fixer les paramètres matériaux et simuler les essais à des vitesses similaires à la vitesse de la balle avant rebond lorsque celle-ci est lâchée à une hauteur de 3 m. Recommencer pour une vitesse maximale atteinte lors d'une partie de squash. Ces simulations seront effectuées à différentes températures, conclure.

2.4 Essais mécaniques sur balles trouées

- effectuer des essais de compression sur balle trouée et déduire l'impact de la pression interne sur le rebond.

2.5 Cours élasticité non linéaire

Rédaction du rapport et préparation de la soutenance