

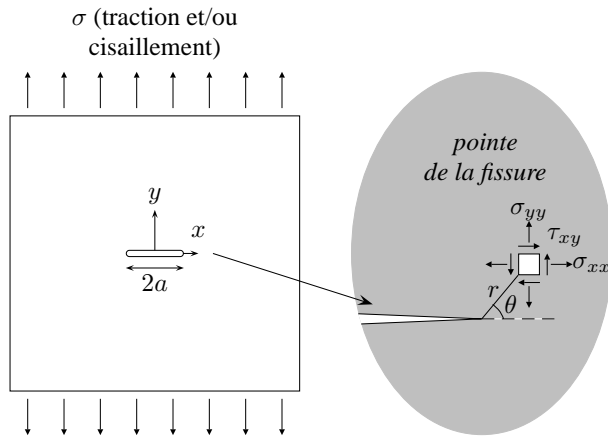
## ENSMP 1ère année, Mécanique des matériaux solides, mai 2010

### Étude d'un critère de bifurcation de fissure en mode mixte

Le but de ce mini-projet est d'utiliser les équations donnant les contraintes au voisinage de la pointe d'une fissure pour établir un critère de bifurcation. Les angles de propagation prédits par ce critère seront comparés avec des valeurs obtenues expérimentalement. *NB : dans cet énoncé, on considère la notion de facteur d'intensité des contraintes comme acquise, se reporter au cas échéant au chapitre 10 du cours de MMS.*

## 1 Théorie

On considère une plaque contenant une fissure centrée, de longueur  $2a$ . Le matériau qui la constitue est élastique, homogène et isotrope, de module de Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ . Les forces volumiques sont négligées.



Pour une telle fissure, on peut calculer un développement asymptotique du champ de contrainte en un point situé à une distance  $r$  de la pointe de la fissure. On obtient pour le mode I :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

et pour le mode II :

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

Plutôt que de considérer une plaque contenant une fissure horizontale soumise à un chargement quelconque, il est judicieux d'étudier le système constitué d'une plaque en traction contenant une fissure inclinée d'un angle  $\beta$  par rapport à l'axe de traction. Les équations précédentes sont toujours valables mais on a alors :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \sin^2 \beta$$

$$K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta$$

Pour établir un critère donnant la direction de propagation de la fissure on fait les 2 hypothèses suivantes :

- la fissure se propage dans une direction radiale  $\theta_0$  à partir de la pointe ;
- la propagation se produit dans le plan où la contrainte de traction  $\sigma_{\theta\theta}$  est maximale.

*Écrire l'expression des trois composantes du tenseur des contraintes au voisinage de la pointe de fissure en coordonnées cylindriques  $(r, \theta)$ .*

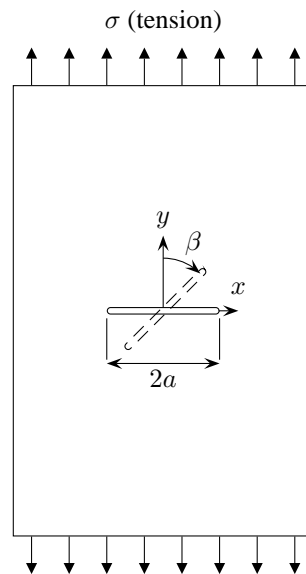
## 1.1 Chargement en mode I

On suppose pour l'instant que la fissure est soumise uniquement à un chargement d'ouverture (mode I) correspondant à  $\beta = 0$ . Exprimer puis calculer  $\theta_0$ .

## 1.2 Chargement en mode II

On suppose ici que la fissure est soumise à un chargement de cisaillement pur (mode II) tel que  $K_I = 0$  et  $K_{II} = \tau\sqrt{\pi a}$ . Exprimer puis calculer  $\theta_0$ .

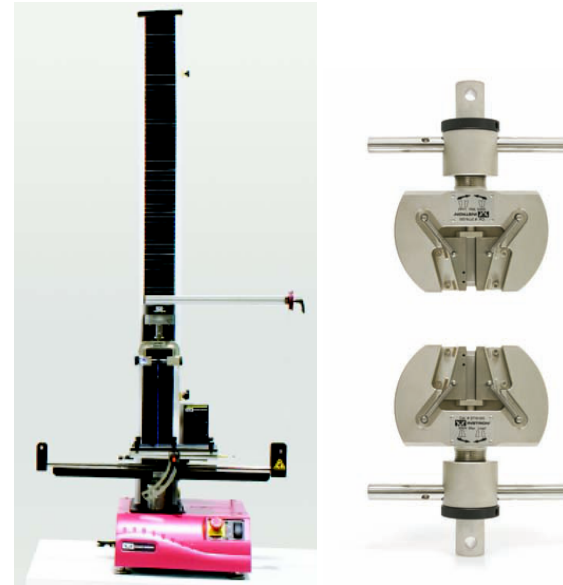
## 1.3 Cas général




On suppose maintenant que l'on est dans le cas général (mode mixte). En utilisant les relations  $K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \sin^2 \beta$  et  $K_{II} = \sigma\sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta$ , établir la relation liant  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $\theta_0$ . En déduire  $\theta_0$  en fonction de l'angle  $\beta$ . Quelle est l'influence des paramètres d'élasticité du matériau ? Tracer la courbe  $\theta_0 = f(\beta)$ .

## 2 Expériences

Vous disposez de 7 éprouvettes de PMMA (plexiglas) de taille 8 cm  $\times$  8 cm. Chaque éprouvette contient une fissure centrale de longueur  $2a = 1$  cm disposée avec un angle  $\beta \in [0, 15, 30, 45, 60, 75, 90]$  par rapport à la direction verticale. Vous réaliserez des essais de traction sur la machine INSTRON® 3300 avec ces éprouvettes de manière à faire propager la fissure.



 La manipulation d'une machine de traction implique des risques pour vous et pour ceux qui vous entourent, respectez les consignes de sécurité et ne manipulez jamais en l'absence du personnel encadrant.

- La réalisation des essais comportera les étapes suivantes :
- créer le programme qui servira à réaliser les essais de traction à l'aide du logiciel BlueHill®
  - mettre en place l'éprouvette de façon à bien respecter l'alignement
  - positionner les limites du canal déplacement de la traverse
  - lancer l'essai jusqu'à repérer la propagation de fissure, à ce moment l'essai peut-être interrompu

– démonter l'éprouvette et relever l'angle de propagation

Tracer les résultats expérimentaux  $\theta_{exp} = f(\beta)$  et comparer avec la prédiction théorique effectuée au §1. Conclure.