

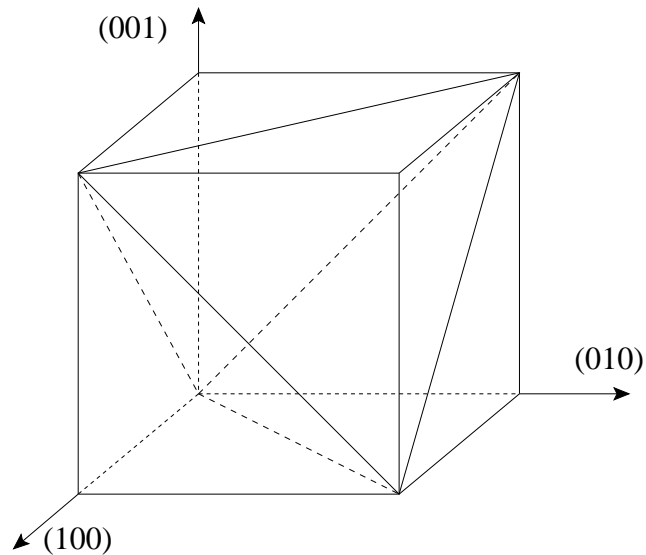
## SURFACES DE CHARGE D'UN MONOCRISTAL CFC, D'UN MATÉRIAU DS ET D'UN POLYCRISTAL

### MÉCANISMES DE PLASTICITÉ D'UN MONOCRISTAL CFC

Un système de glissement  $s$  est caractérisé par son plan (vecteur  $\underline{n}$ ) et sa direction de glissement (vecteur  $\underline{m}$ ). La cission résolue  $\tau^s$  se calcule donc comme :

$$\tau^s = \sigma_{ij}n_i m_j = \frac{1}{2}\sigma_{ij}(n_i m_j + m_i n_j) = \sigma_{ij}m_{ij}$$

En définissant le *tenseur d'orientation* par  $\underline{\tilde{m}} = \frac{1}{2}(\underline{n} \otimes \underline{m} + \underline{m} \otimes \underline{n})$



*Les 4 plans octaédriques d'un cristal cubique*

La loi de Schmid postule que le glissement se produit sur un système lorsque la cission résolue atteint un seuil, ou cission résolue critique, notée ici  $\tau_c$ . Vis-à-vis d'un modèle de plasticité, on est donc conduit à introduire une collection de critères, linéaires en contrainte, tels que :

$$|\tau^s| - \tau_c = 0 \quad \text{ou encore} \quad \underline{\sigma} : \underline{\tilde{m}}^s - \tau_c = 0$$

Les 4 plans octaédriques d'un cristal cubique représentés ci-dessus comportent chacun 3 systèmes. On fait le choix suivant pour les 12 vecteurs  $\underline{n}$  et  $\underline{m}$  :

num syst	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sqrt{3}n_1$	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
$\sqrt{3}n_2$	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
$\sqrt{3}n_3$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1
$\sqrt{2}m_1$	-1	0	-1	-1	0	1	0	1	1	-1	1	0
$\sqrt{2}m_2$	0	-1	1	0	1	1	-1	1	0	1	0	1
$\sqrt{2}m_3$	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1

Les tenseurs d'orientation correspondant sont donc :

num syst	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sqrt{6}m_{11}$	-1	0	-1	-1	0	1	0	-1	-1	-1	1	0
$\sqrt{6}m_{22}$	0	-1	1	0	-1	-1	-1	1	0	1	0	1
$\sqrt{6}m_{33}$	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	-1	-1
$2\sqrt{3}m_{12}$	-1	-1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
$2\sqrt{3}m_{23}$	1	0	1	-1	0	1	0	1	1	-1	1	0
$2\sqrt{3}m_{31}$	0	1	-1	0	1	1	-1	1	0	1	0	1

- Si les seuls termes non nuls du tenseur de contrainte sont  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$  et  $\sigma_{21}$ , le critère s'écrit :

$$|\sigma_{11}m_{11} + 2\sigma_{12}m_{12}| - \tau_c = 0$$

- Si les seuls termes non nuls du tenseur de contrainte sont  $\sigma_{11}$ , et  $\sigma_{33}$ , le critère s'écrit :

$$|\sigma_{11}m_{11} + \sigma_{33}m_{33}| - \tau_c = 0$$

### DOMAINE D'ÉLASTICITÉ DANS LE PLAN $\sigma_{11}$ - $\sigma_{12}$

Pour les contraintes  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{12}$ , les valeurs de  $\tau^s$  sont respectivement :

num syst	1	2	3	4	5	6
$\tau^s$	$-\sigma_{11} - \sigma_{12}$	$-\sigma_{12}$	$-\sigma_{11}$	$-\sigma_{11} + \sigma_{12}$	$\sigma_{12}$	$\sigma_{11}$
num syst	7	8	9	10	11	12
$\tau^s$	$\sigma_{12}$	$-\sigma_{11}$	$-\sigma_{11} + \sigma_{12}$	$-\sigma_{11}$	$\sigma_{11} + \sigma_{12}$	$\sigma_{12}$

En traction-cisaillement, le domaine d'élasticité initial est donc défini par 4 systèmes

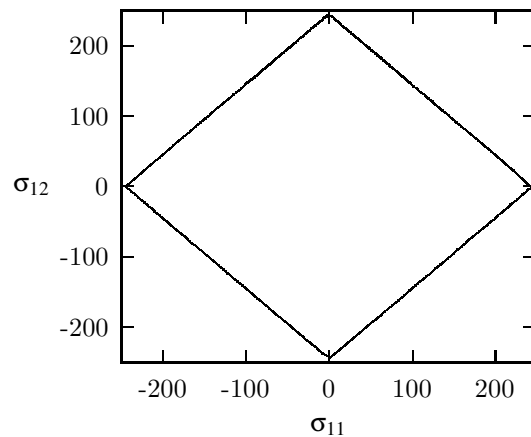
- les systèmes 1 et 11 donnent :

$$|\sigma_{11} + \sigma_{12}| = \tau_c \sqrt{6}$$

- les systèmes 4 et 9 donnent :

$$|\sigma_{11} - \sigma_{12}| = \tau_c \sqrt{6}$$

La figure ci-dessous est construite pour une valeur de  $\tau_c$  de 100 MPa



### DOMAINE D'ÉLASTICITÉ DANS LE PLAN $\sigma_{11}$ - $\sigma_{33}$

Pour les contraintes  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{33}$ , les valeurs de  $\tau^s$  sont respectivement :

num syst	1	2	3	4	5	6
$\tau^s$	$-\sigma_{11} + \sigma_{33}$	$\sigma_{33}$	$-\sigma_{11}$	$-\sigma_{11} + \sigma_{33}$	$\sigma_{33}$	$\sigma_{11}$
num syst	7	8	9	10	11	12
$\tau^s$	$\sigma_{33}$	$-\sigma_{11}$	$-\sigma_{11} + \sigma_{33}$	$-\sigma_{11}$	$\sigma_{11} - \sigma_{33}$	$-\sigma_{33}$

En traction biaxiale, tous les systèmes sont en jeu

- systèmes 1, 4, 9 et 11 :

$$|\sigma_{11} - \sigma_{33}| = \tau_c \sqrt{6}$$

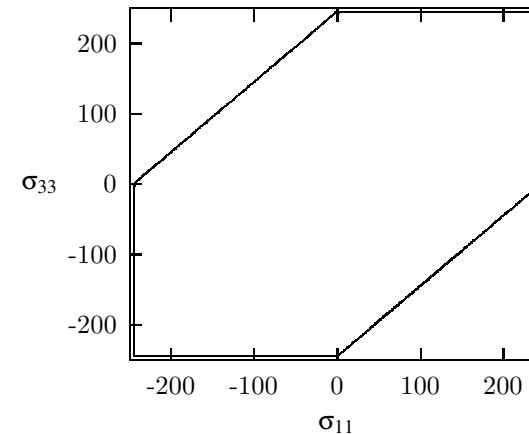
- systèmes 3, 6, 8, 10 :

$$|\sigma_{11}| = \tau_c \sqrt{6}$$

- systèmes 2, 5, 7, 13 :

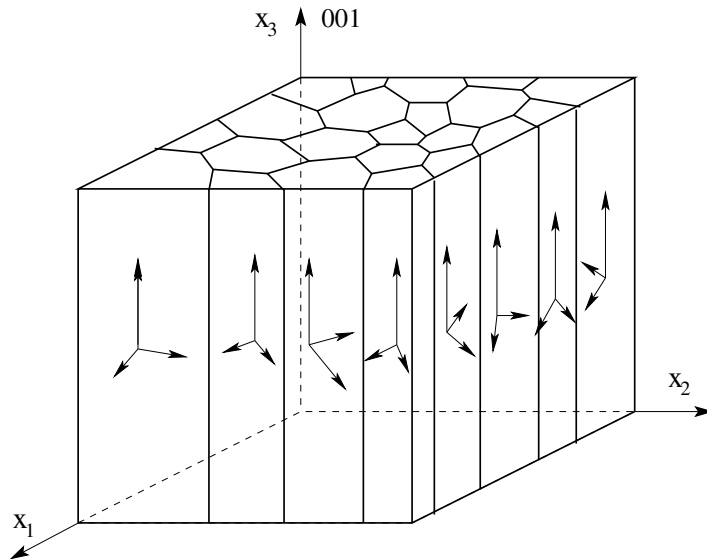
$$|\sigma_{33}| = \tau_c \sqrt{6}$$

La figure ci-dessous est construite pour une valeur de  $\tau_c$  de 100 MPa

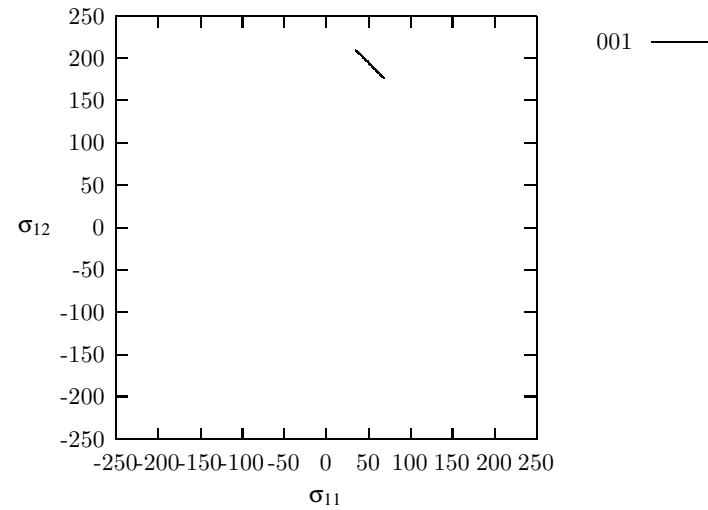


### DOMAINE D'ÉLASTICITÉ INITIAL D'UN MATÉRIAU À SOLIDIFICATION DIRIGÉE

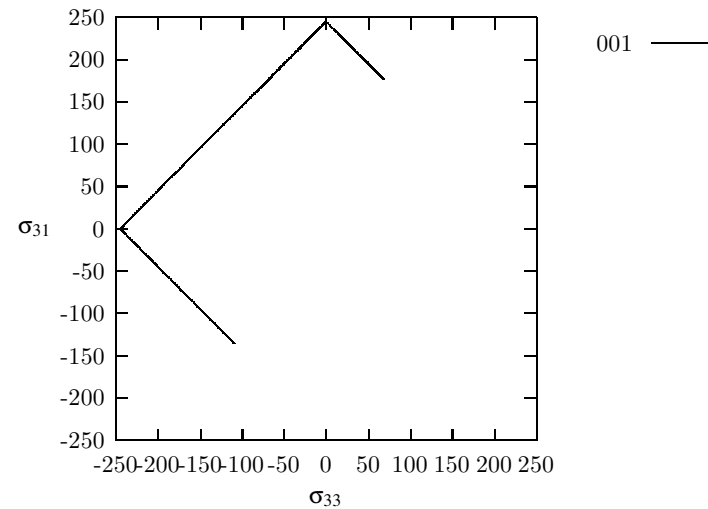
- On construit ici un matériau à solidification dirigée en considérant un agrégat de plusieurs cristaux, dont l'axe (001) reste parallèle à l'axe  $x_3$  du repère laboratoire. L'orientation de chaque grain est donc définie par un seul angle, qui, en raison de la symétrie cubique, varie entre 0 et 90°. Les orientations sont régulièrement espacées, ainsi dans le cas de deux grains, la direction (100) de chacun d'eux fera un angle de 0° et 45° avec l'axe  $x_1$ , pour trois grains un angle de 0°, 30° et 60°, etc...
- On suppose que l'élasticité est homogène dans l'agrégat (c'est-à-dire qu'on ne prend pas en compte le caractère cubique de l'élasticité), si bien que les contraintes sont homogènes dans l'agrégat tant que la limite élastique n'est pas atteinte.
- Dans le plan  $\sigma_{11}$ – $\sigma_{12}$ , la multiplication des systèmes fait rapidement tendre la forme du critère vers Tresca ou von Mises; ce n'est pas le cas dans le plan  $\sigma_{33}$ – $\sigma_{13}$ , car on rajoute relativement peu de nouvelles possibilités de glissement dans cette direction



Calculer de nouvelles configurations



*Surface dans  $\sigma_{11}$ – $\sigma_{12}$  d'un matériau DS à 3 orientations*



*Surface dans  $\sigma_{33}$ – $\sigma_{13}$  d'un matériau DS à 3 orientations*

### DOMAINE D'ÉLASTICITÉ INITIAL D'UN AGRÉGAT POLYCRISTALLIN

- On construit ici un un agrégat de plusieurs cristaux, dont l'orientation est définie par 3 angles d'Euler par rapport au repère du laboratoire ( $\phi_1$ ,  $\Phi$ ,  $\phi_2$ , définissant successivement une rotation autour de l'axe  $x_3$ , puis autour du nouvel axe  $x'_1$ , et enfin autour du nouvel axe  $x''_3$ ). Les orientations sont définies aléatoirement.
- On suppose que l'élasticité est homogène dans l'agrégat (c'est-à-dire qu'on ne prend pas en compte le caractère cubique de l'élasticité), si bien que les contraintes sont homogènes dans l'agrégat tant que la limite élastique n'est pas atteinte.
- Contrairement au cas du matériau à solidification dirt homo mat (ement002cdirt)-212(homo)1 9u2aintesbien.906 6éL 6gliss-390(du) 6 esquetie.906 6flan.906 6lmat 6 iomo f3