

Effet bilame et mécanique des microsystèmes

Les composants constitués de plusieurs couches de matériaux différents sont très fréquents dans les systèmes électromécaniques ou microélectroniques. La connaissance de leurs propriétés mécaniques est essentielle afin de leur garantir une durée de vie suffisante et d'éviter l'apparition de défauts. Ces composants sont souvent le siège de contraintes d'origine thermique dues à la différence de propriétés thermoélastiques des matériaux utilisés. On envisage ici le cas élémentaire du bilame constitué de deux couches possédant des coefficients de dilatation distincts. L'objet du problème est de mettre en évidence l'effet bilame de manière quantitative et d'en déduire ensuite quelques conséquences dans le domaine des composants électroniques (microprocesseurs, etc.).

1 Comportement d'un bicouche

On considère une plaque composée de deux couches de matériaux différents. La géométrie de la plaque est engendrée par translation le long d'un axe OX_3 à partir d'une surface plane S dont le contour extérieur est de forme quelconque. L'épaisseur de la plaque obtenue est supposée significativement plus petite que les deux autres dimensions caractéristiques.

Le repérage est cartésien orthonormé. Une vue en perspective et une section OX_1OX_3 du bicouche font l'objet de la figure 1. La couche inférieure constitue le substrat, d'épaisseur h_s . Il est recouvert d'une couche ou film d'épaisseur h_f . L'épaisseur totale de la plaque est $h = h_s + h_f$. Conformément au système de coordonnées cartésiennes indiqué sur la figure 1, l'interface entre les deux matériaux est à la cote $X_3 = 0$. L'origine O du repère est un point de l'interface situé loin des bords de la plaque. La surface inférieure S , la surface supérieure et l'interface ont pour équations respectives $X_3 = -h_s$, $X_3 = h_f$ et $X_3 = 0$. Le domaine d'espace occupé par la plaque peut donc être noté $S \times]-h_s, h_f[$. On notera ∂S la ligne du bord de S et $\partial S \times]-h_s, h_f[$ la surface latérale de la plaque.

L'interface est supposée parfaite¹, c'est-à-dire que, dans les conditions de chargement du problème, aucune décohésion ni fissure ne peuvent apparaître à l'interface.

Le substrat est constitué d'un matériau thermoélastique linéarisé isotrope (module de Young E_s , coefficient de Poisson ν_s , coefficient de dilatation thermique α_s). La couche supérieure est constituée d'un matériau thermoélastique linéarisé isotrope (module de Young E_f , coefficient de Poisson ν_f , coefficient de dilatation thermique α_f). Chaque matériau est supposé dans son état naturel lorsqu'il est à la température de référence T_0 .

L'objectif du problème est de déterminer la forme que prend le bicouche lorsqu'on le porte à la température T , supposée telle que l'on reste dans le contexte infinitésimal. Dans tout le problème, on se place délibérément dans l'hypothèse des petites perturbations.

On adopte l'approche en contraintes et l'on recherche si un champ de contraintes internes biaxiales de la forme

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^s = \sigma_{11}^s(X_3)\underline{\underline{e}}_1 \otimes \underline{\underline{e}}_1 + \sigma_{22}^s(X_3)\underline{\underline{e}}_2 \otimes \underline{\underline{e}}_2 \quad \text{pour} \quad -h_s < X_3 < 0 \quad (1)$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^f = \sigma_{11}^f(X_3)\underline{\underline{e}}_1 \otimes \underline{\underline{e}}_1 + \sigma_{22}^f(X_3)\underline{\underline{e}}_2 \otimes \underline{\underline{e}}_2 \quad \text{pour} \quad 0 < X_3 < h_f \quad (2)$$

¹ Les deux couches métalliques peuvent être soudées, brasées ou colaminées.

peut s'établir dans le bicouche lorsqu'il est porté à la température T . Seules deux composantes non nulles des contraintes sont donc recherchées, avec en outre une dépendance par rapport à la seule variable X_3 .

Les contraintes revêtent la même forme dans le substrat et le film mais sont représentées *a priori* par des fonctions différentes caractérisées par les exposants s et f , respectivement. L'isotropie du problème dans le plan OX_1OX_2 incite à penser que ces contraintes sont équi-biaxiales. Les contraintes recherchées sont donc telles que :

$$\sigma_{11}^s(X_3) = \sigma_{22}^s(X_3), \quad \sigma_{11}^f(X_3) = \sigma_{22}^f(X_3) \quad (3)$$

Aucun chargement mécanique extérieur n'est appliqué au composant. Seule la température, supposée homogène dans la plaque à chaque instant, passe de la valeur initiale T_0 à la valeur actuelle T .

1.1 Etat de contraintes équi-biaxiales

Etudier les conditions d'équilibre local du champ de contraintes proposé au sein de la plaque. Justifier en outre que l'on ait considéré que $\sigma_{33} = 0$.

1.2 Déformations des couches

Calculer indépendamment dans chaque couche les déformations élastiques puis totales en fonction des contraintes introduites précédemment et de l'écart de température $T - T_0$.

La notation suivante pour le module d'élasticité biaxiale sera adoptée :

$$M_s := \frac{E_s}{1 - \nu_s}, \quad M_f := \frac{E_f}{1 - \nu_f} \quad (4)$$

1.3 Equations de compatibilité

En utilisant les conditions de compatibilité pour le champ de déformations établi précédemment, montrer que, dans chaque couche, les contraintes recherchées sont des fonctions affines. Donner ensuite l'expression des déformations totales à l'aide de ces fonctions affines et de la température.

1.4 Déplacements

Trouver, indépendamment dans chaque couche, la forme précise du champ de déplacements, à un mouvement de corps rigide infinitésimal près, à savoir les trois composantes :

$$\underline{\mathbf{u}} = u_1(X_1, X_2, X_3)\underline{\mathbf{e}}_1 + u_2(X_1, X_2, X_3)\underline{\mathbf{e}}_2 + u_3(X_1, X_2, X_3)\underline{\mathbf{e}}_3 \quad (5)$$

On ne cherchera pas, pour l'instant, à identifier les constantes apparues lors du processus d'intégration.

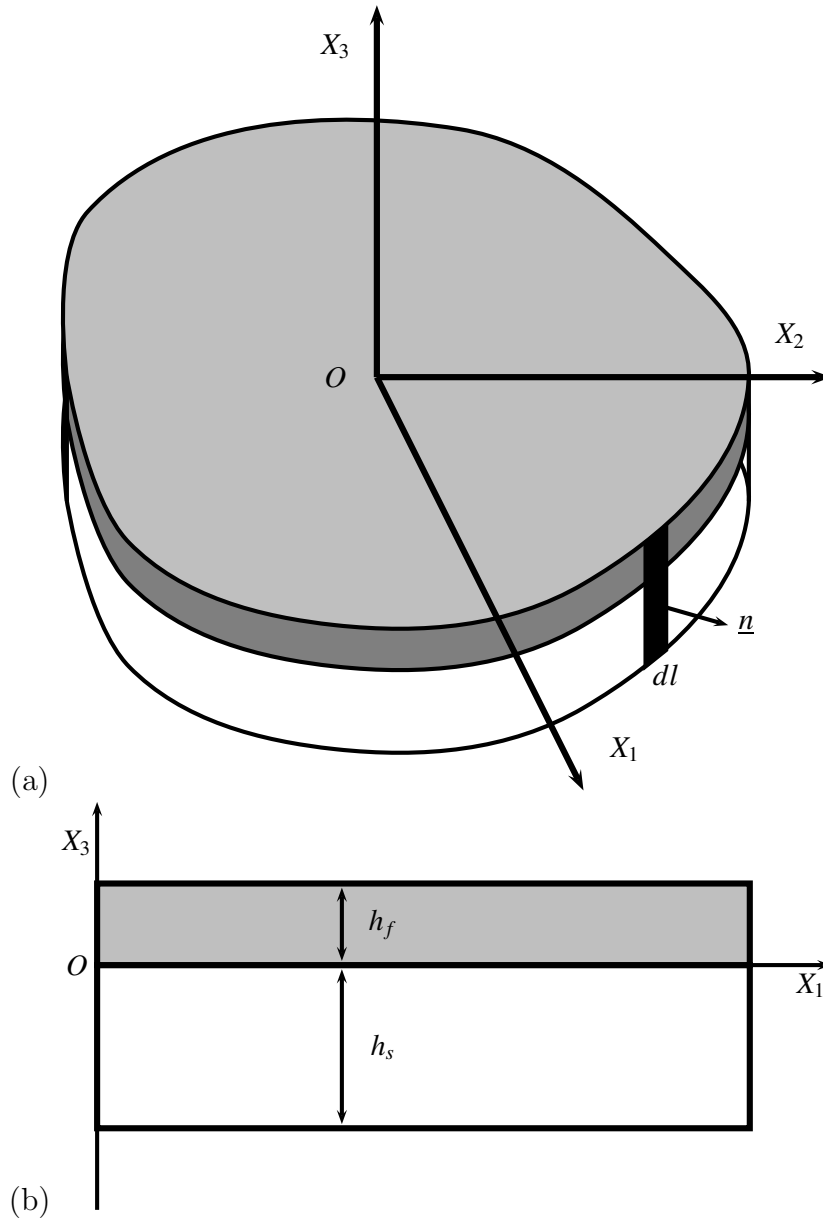


FIG. 1 – Vue en perspective d’une plaque bicouche dans son état initial (a), section initiale ($X_1 \geq 0, X_2 = 0$) (b).

1.5 Contraintes dans chaque couche

Montrer que les contraintes se mettent sous la forme suivante :

$$\sigma_{11}^s = M_s(A X_3 + C - \alpha_s(T - T_0)), \quad \sigma_{11}^f = M_f(A X_3 + C - \alpha_f(T - T_0)) \quad (6)$$

où A et C sont deux constantes à déterminer plus tard. Il faudra en particulier établir que ces constantes sont les mêmes dans les deux couches.

Calculer alors le saut des contraintes à la traversée de l’interface entre les deux matériaux. Une telle discontinuité est-elle acceptable pour la solution du problème posé ?

1.6

Achever la détermination des déplacements en fonction de A et C . On utilisera les conditions aux limites suivantes :

$$u_1(X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0) = u_2(X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0) = u_3(0, 0, 0) = 0$$

$$u_1(0, 0, X_3 = h_f) = u_2(0, 0, X_3 = h_f) = 0$$

$$u_2(X_1 = L, 0, 0) = 0$$

où le point de coordonnées $(L, 0, 0)$ est un point donné supposé appartenir à la plaque.

1.7 Torseur des efforts résultant

Calculer le torseur des efforts résultant sur un élément de la surface latérale $\partial S \times]-h_s, h_f[$, engendré par le segment du bord $X_1 = \text{Constante}1, X_2 = \text{Constante}2$, d'épaisseur h et de largeur infinitésimale dl comme sur la figure 1(a). Le vecteur normal en chaque point du bord a pour composantes $(n_1, n_2, 0)$. Comme on ne préjuge pas de la forme du bord de la plaque, ces composantes n_1, n_2 peuvent être quelconques. On exprimera le torseur résultant en fonction de $A, C, T - T_0$ et des caractéristiques du bicouche.

Etablir alors le système linéaire permettant de déterminer finalement A et C .

La détermination explicite de A et C est repoussée à la partie suivante du problème.

Indiquer enfin dans quelles circonstances la démarche adoptée jusqu'ici conduit effectivement à une solution satisfaisante du problème posé.

1.8 Comparaison avec un modèle numérique

Le problème peut aussi être résolu de manière numérique pour des valeurs particulières des caractéristiques du composant, par exemple grâce à la méthode des éléments finis. La déformée et le champ de contraintes obtenus numériquement pour une plaque à bord circulaire sont donnés sur la figure 2 dans le cas d'un disque bilame constitué d'une couche d'invar (alliage de fer et de nickel) et d'une couche de laiton d'épaisseur identique. Le bilame a été chauffé de 100°C par rapport à la température ambiante, température à laquelle le bilame est un disque parfait sans contraintes internes.

Commenter la qualité de la solution trouvée précédemment.

2 Solution générale et application à un bilame laiton/invar

2.1 Résolution du système

La solution établie dans la partie précédente ne dépend plus que de deux paramètres, solutions du système linéaire mis en évidence au paragraphe 1.7. La solution de ce système est donnée ici explicitement :

$$A = 6 \frac{M_f h_f}{M_s h_s^2} (\alpha_f - \alpha_s) (T - T_0) \left(1 + \frac{h_f}{h_s}\right) \Delta^{-1} \quad (7)$$

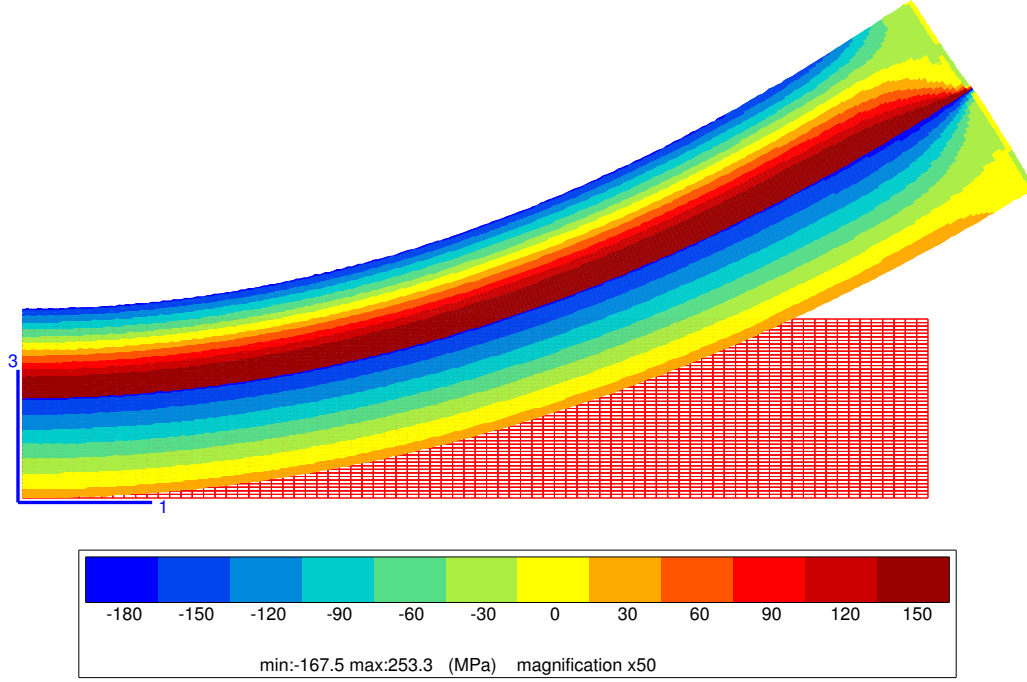


FIG. 2 – Etats initial et déformé (fortement amplifié) d’une section $X_1 \geq 0, X_3$ d’un bilame constitué d’une couche d’invar (haut) et d’une couche de laiton (bas) de même épaisseur. Le champ de contrainte σ_{11} dans le bilame est donné sous forme d’isovaleurs dont le code de couleur est fourni.

$$\Delta = 1 + 4 \frac{M_f h_f}{M_s h_s} + 6 \frac{M_f h_f^2}{M_s h_s^2} + 4 \frac{M_f h_f^3}{M_s h_s^3} + \frac{M_f^2 h_f^4}{M_s^2 h_s^4} \quad (8)$$

$$C = \left(\alpha_s + 4\alpha_f \frac{M_f h_f}{M_s h_s} + 3(\alpha_s + \alpha_f) \frac{M_f h_f^2}{M_s h_s^2} + 4\alpha_s \frac{M_f h_f^3}{M_s h_s^3} + \alpha_f \frac{M_f^2 h_f^4}{M_s^2 h_s^4} \right) (T - T_0) \Delta^{-1} \quad (9)$$

On ne demande pas d’établir ces résultats.

Plusieurs applications sont envisagées dans la suite concernant les bilames et les couches minces sur un substrat, configuration fréquente en microélectronique.

2.2 Bilame de laiton et d’invar

On considère, comme au paragraphe 1.8, un bicouche constitué d’une couche inférieure en laiton et d’une couche supérieure en invar. L’invar est un alliage de fer et de nickel aux propriétés remarquables élaboré par le métallurgiste Guillaume en 1897 (35–38% de nickel en poids). Il possède le coefficient de dilatation le plus faible parmi les métaux et alliages industriels, près de 20 fois plus faible que le fer et 10 fois plus faible que le nickel purs, à température ambiante. En outre, son coefficient de dilatation varie peu sur une large gamme de température (jusqu’à 100 à 200°C selon les compositions). Pour ces raisons, l’invar est utilisé comme matériau de structure des méthaniers géants qui sillonnent les mers avec leur cargaison de gaz cryogénique. Il est aussi utilisé dans les bilames métalliques souvent en association avec le laiton. Pour construire un bilame, on associe un métal à faible coefficient de dilatation avec un métal à fort coefficient de dilatation.

On considère ici un tel bilame de laiton et d’invar dont les caractéristiques thermoélastiques sont

matériau	E (GPa)	ν	α ($\times 10^{-6}\text{K}^{-1}$)
aluminium	70	0.33	23
invar	210	0.33	1.2
laiton	103	0.34	19
silicium	150	0.17	3

TAB. 1 – Propriétés thermoélastiques à 20°C de quelques matériaux.

données dans le tableau 1 et supposées ne pas varier avec la température dans le domaine de température considéré. La géométrie étudiée est telle que $h_s = h_f = h/2$. Comme les résultats en contraintes et déformations ne dépendent pas explicitement des valeurs de h_f et h_s mais seulement du rapport de ces longueurs, on ne donne pas ici l'épaisseur réelle du composant. Le bilame, initialement dans son état naturel, est soumis à un écart de température $T - T_0 = 100^\circ\text{C}$.

Vérifier que les conditions permettant de respecter le contexte infinitésimal sont remplies.

Tracer les profils de déplacements u_1/h et u_3/h de la ligne $X_2 = X_3 = 0$ en fonction de la distance à l'origine X_1/h .

Tracer de même les profils de déformations ε_{11} et ε_{33} , d'une part, et de contrainte σ_{11} , d'autre part, le long de l'axe $X_1 = X_2 = 0$, en fonction de la cote relative X_3/h .

Pour expliciter les fonctions en jeu, on tirera profit du fait que dans le cas du laiton et de l'invar :

$$\frac{M_f}{M_s} = 2$$

Indiquer enfin l'endroit du bilame où la contrainte est la plus forte. Calculer la valeur numérique de cette contrainte maximale.

Donner l'expression de l'écart de température pour lequel la plasticité peut apparaître dans le laiton supposé obéir à un critère de plasticité de Tresca avec une limite d'élasticité σ_0 en traction. On suppose que l'invar garde un comportement purement élastique.

3 La formule de Stoney

On revient d'abord au cas général d'un bicouche constitué de deux matériaux quelconques avant d'aborder deux applications.

3.1 Cas d'un film mince

Donner l'expression simplifiée de la courbure c que prend le composant quand il est chauffé, dans le cas d'un film mince sur un substrat, c'est-à-dire lorsque

$$\frac{h_f}{h_s} \ll 1 \tag{10}$$

Pour cela, on développera les expressions (7) à (9) au premier ordre.

Indiquer quelle condition supplémentaire sur les caractéristiques du bicouche conduit à l'expression suivante donnant la courbure c qu'adopte le bicouche lorsqu'il est chauffé :

$$c = \frac{6M_f h_f}{M_s h_s^2} (\alpha_s - \alpha_f) (T - T_0) \tag{11}$$

C'est la formule dite de Stoney (1909) constamment utilisée dans la recherche/développement en microsystèmes et microélectronique (MEMS²) pour des raisons qui apparaîtront au paragraphe 3.4.

3.2 Contraintes dans un film mince sur un substrat

En se plaçant dans les hypothèses de Stoney, i.e. lorsque la condition (10) et la condition supplémentaire requise au paragraphe précédent sont satisfaites, établir la forme simplifiée des contraintes dans le substrat et le film.

Calculer alors les contraintes moyennes dans le film et dans le substrat :

$$\bar{\sigma}_{11}^s = \frac{1}{h_s} \int_{-h_s}^0 \sigma_{11}^s dX_3, \quad \bar{\sigma}_{11}^f = \frac{1}{h_f} \int_0^{h_f} \sigma_{11}^f dX_3 \quad (12)$$

Vérifier que l'équilibre requis de ces contraintes moyennes est satisfait par les expressions trouvées.

Montrer que, dans tout bicouche constitué d'un substrat et d'un film mince, le plan neutre, associé à une contrainte nulle, se situe toujours dans le substrat, à une distance à l'interface égale aux deux tiers de l'épaisseur du substrat, c'est-à-dire en

$$X_3 = -\frac{2h_s}{3} \quad (13)$$

3.3 Contraintes résiduelles dans un dépôt d'aluminium sur un substrat de silicium

Un wafer de silicium est constitué d'un substrat monocristallin de silicium sur lequel les différentes couches métalliques ou autres sont déposées pour fabriquer des composants électroniques. On étudie ici les contraintes qui se développent dans un film d'aluminium d' $1 \mu\text{m}$ d'épaisseur déposé sur un substrat de silicium de $500 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Le dépôt s'effectue à une température de 50°C . A la fin du dépôt, le substrat et le film sont supposés être dans leur état naturel. A cette température de 50°C , le composant est un disque parfait de rayon égal à 200 mm . Il est ensuite refroidi jusqu'à la température ambiante de 20°C .

Calculer successivement la courbure résiduelle du composant, et les contraintes moyennes dans le film et le substrat. Commenter.

La contrainte trouvée dans le film est relativement proche de la limite d'élasticité de l'aluminium massif. On fait remarquer toutefois que les métaux sous forme de films minces, voire nanométriques, ont en général une limite d'élasticité significativement plus importante qu'à l'état massif.

On traitera le silicium comme un matériau isotrope avec les propriétés indiquées dans le tableau 1, propriétés supposées constantes dans le domaine de température concerné. On y trouvera aussi les autres caractéristiques des matériaux nécessaires au calcul, supposées indépendantes de la température.

3.4 Contraintes d'épitaxie

Les déformations d'origine thermique ne sont pas les seules causes du développement de contraintes au sein d'un revêtement sur un substrat. En microélectronique, les couches déposées

² Micro-Electro-Mechanical Systems

sont souvent en épitaxie avec le substrat, c'est-à-dire que les rangées d'atomes du substrat se prolongent exactement en les rangées atomiques de la couche. C'est le cas par exemple des dépôts de silicium-germanium sur un substrat de silicium monocristallin. Toutefois, le paramètre cristallin³ $a_{SiGe} = 0.5476$ nm du silicium-germanium (pour 80% de silicium et 20% de germanium dans le composé binaire) est légèrement plus grand que le paramètre du silicium $a_{Si} = 0.5431$ nm en raison de l'implantation des atomes de germanium. Pour que les rangées atomiques se prolongent du substrat au film, il faut donc que les plans atomiques du film se rapprochent légèrement. Les contraintes naissent justement de l'écart entre la valeur du paramètre cristallin *in situ* et la valeur d'équilibre sans contrainte (à savoir a_{Si} pour le silicium et a_{SiGe} pour le silicium-germanium). Si le film n'était pas contraint de croître en épitaxie avec le substrat, il se déformerait librement de la quantité :

$$\varepsilon_{11}^{*f} = \varepsilon_{22}^{*f} = \varepsilon_{33}^{*f} = \frac{a_{SiGe} - a_{Si}}{a_{Si}} \quad (14)$$

par rapport au substrat de silicium. La déformation totale dans le film est donc la somme d'une partie élastique et de la déformation libre d'épitaxie :

$$\varepsilon_{11}^f = \varepsilon_{11}^{ef} + \varepsilon_{11}^{*f} \quad (15)$$

Le substrat de silicium, quant à lui, est tel que

$$\varepsilon_{11}^{*s} = 0 \quad (16)$$

En utilisant une analogie avec le problème précédent des contraintes d'origine thermique dans un film mince sur un substrat, calculer les contraintes dans le film et la courbure du composant. Pour le silicium-germanium considéré, on prendra $M_f = 170$ GPa. Les caractéristiques géométriques du dépôt sont : $h_f = 100$ nm, $h_s = 1$ mm.

* * *

³ Le paramètre cristallin est la plus petite distance inter-réticulaire, c'est-à-dire entre plans atomiques.