

## Chapitre XIV

### BASES PHYSIQUES QUANTITATIVES DES LOIS DE COMPORTEMENT MÉCANIQUE

par S. CANTOURNET

#### 1 ELASTICITÉ

Les propriétés mécaniques des métaux et alliages sont d'un grand intérêt puisqu'elles conditionnent non seulement les problèmes de mise en forme des matériaux mais également leur comportement en service dans des applications industrielles extrêmement diversifiées. Le choix du matériau d'une pièce industrielle dépendra de propriétés mécaniques, résistance, dureté, ductilité ...

Il est donc nécessaire de mesurer ces grandeurs physiques par des essais mécaniques. L'essai de traction est le procédé expérimental le plus largement utilisé dans l'étude du comportement mécanique, il permet l'étude des propriétés mécaniques de base.

##### 1.1 PRINCIPE DE L'ESSAI DE TRACTION

L'essai de traction détermine l'aptitude d'un matériau à se déformer, soumis à un effort variable. Ce type d'essai est nécessaire pour prévoir le comportement du matériau dans des conditions réelles d'utilisation.

L'essai de traction consiste à appliquer sur une éprouvette normalisée du matériau d'étude un effort  $F$  et à mesurer l'allongement correspondant  $\Delta l$ , ou inversement d'imposer l'allongement  $\Delta l$  et à mesurer l'effort  $F$ .  $\Delta l$  et  $F$  sont des grandeurs physiques liées à la structure ici à l'éprouvette. Afin de les interpréter et ainsi de caractériser le matériau, on introduit des variables relatives au matériau : la contrainte  $\sigma$  et la déformation  $\varepsilon$ .

- la contrainte  $\sigma$  associée à la force  $F$  est définie par :

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (1)$$

avec  $S$  la section de l'éprouvette. Cette grandeur  $\sigma$  est à distinguer de la contrainte nominale (ou conventionnelle)  $\sigma_n$  liée à la structure. La contrainte nominale est le rapport entre la force  $F$  et la surface initiale de l'échantillon  $S_0$  :  $\sigma_n = F/S_0$

- la déformation  $\varepsilon$  dite déformation vraie, est égale au cumul des déformations

élémentaires  $\delta\varepsilon = \delta l/l$ , soit :

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (2)$$

Cette grandeur  $\varepsilon$  est à distinguer de la déformation nominale  $\varepsilon_n$  liée à la structure. La déformation nominale (ou allongement relatif) est le rapport entre l'allongement  $\Delta l$  et la longueur initiale  $l_0$  :  $\varepsilon_n = \Delta l/l_0$

$l_0$  désigne la longueur initiale de l'éprouvette (il s'agit de la longueur entre congés raccordant le corps de l'éprouvette à ses têtes). On peut aussi bien considérer une longueur de base repérée initialement sur le corps de cette éprouvette.  $l_0$  est également appelée longueur utile de l'éprouvette, longueur mesurée par l'extensomètre.

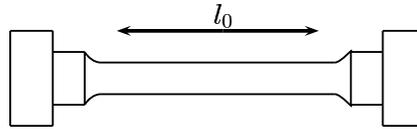


Figure XIV.1: Eprouvette de traction à section circulaire

Les relations permettant de passer des grandeurs vraies aux grandeurs nominales s'écrivent telle que, l'hypothèse d'une déformation sans variation de volume :

$$\sigma = \sigma_n(1 + \varepsilon_n) \quad (3)$$

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_n) \quad (4)$$

La déformation élastique est supposée homogène dans la longueur utile, c'est à dire que la déformation se répartit uniformément dans la zone délimitée par  $l_0$ .

A partir de ces deux grandeurs mécaniques  $\sigma$  et  $\varepsilon$ , nous allons pouvoir décrire le comportement du matériau. On obtient la courbe de traction caractéristique du matériau en portant sur le diagramme la contrainte vraie  $\sigma$  et la déformation vraie  $\varepsilon$  (figure XIV.2).

## 1.2 ANALYSE

Pour des charges relativement faibles, le phénomène de déformation est réversible. Il ne met en jeu que des mouvements réversibles d'atomes. La relation entre la déformation et la contrainte est linéaire (voir figure XIV.2).

La loi de Hooke décrit cette constatation expérimentale. La déformation  $\varepsilon$  est quasi proportionnelle à la contrainte  $\sigma$  appliquée pour des petites déformations :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (5)$$

$E$  étant le module d'élasticité de Young, dont les valeurs sont de l'ordre de 50 000 à 200 000 MPa ( $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$ ) pour les matériaux métalliques. La pente de la courbe contrainte vraie/ déformation vraie (figure XIV.2) est le module de Young  $E$ . Le coefficient de contraction latérale est en élasticité le coefficient de Poisson  $\nu$ . Le

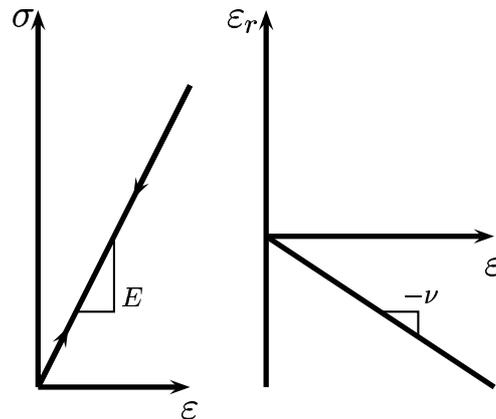


Figure XIV.2: Essai de traction simple, identification du module de Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu > 0$

coefficient de Poisson s'écrit en fonction du rapport de la déformation radiale  $\varepsilon_r$  et la déformation longitudinale  $\varepsilon$ :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon} \quad (6)$$

Ce paramètre matériau s'identifie à partir d'un essai de traction (figure XIV.2).

Dans les cas de chargement complexe, la relation tridimensionnelle correspondante qui généralise la loi de Hooke est :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m \underline{\underline{1}} + \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}}_d \quad (7)$$

le tenseur des contraintes  $\sigma$  étant décomposé en la contrainte moyenne :

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (8)$$

et son déviateur :

$$\underline{\underline{\sigma}}_d = \underline{\underline{\sigma}} - \sigma_m \underline{\underline{1}} \quad (9)$$

$\nu$  est le coefficient de Poisson, dont les valeurs sont de l'ordre de 0,3 pour les métaux. Lorsque sa valeur est de 0,5 la déformation se fait à volume constant. La linéarité de cette loi a pour conséquence le principe de superposition suivant, valable pour certains types de conditions aux limites : les contraintes ou déformations produites par la somme de plusieurs états de chargement sur un solide élastique linéaire sont égales à la somme des contraintes ou déformations engendrées par chacun des états de chargement appliqués isolément sur le solide.

Si la contrainte vraie  $\sigma_n$  dépasse une certaine valeur  $\sigma_e$  appelée contrainte limite d'élasticité, le comportement cesse d'être réversible et linéaire, et la théorie de l'élasticité ne peut plus être appliquée. On rentre dans le domaine plastique.

## 2 PLASTICITÉ

Dans la première partie de l'essai de traction, lorsqu'on applique un effort, le matériau se déforme élastiquement, autrement dit la courbe de la charge et de la décharge sont identiques. Après le chargement, l'éprouvette retrouve sa longueur initiale  $l_0$ .

Après avoir franchi un certain seuil en contrainte, appelé limite d'élasticité  $\sigma_e$ , la déformation n'est plus linéaire, ni réversible et il apparaît une déformation irréversible à la décharge (figure XIV.3).

### 2.1 LIMITE D'ÉLASTICITÉ

La contrainte limite d'élasticité  $\sigma_e$  est très difficile à mettre en évidence expérimentalement. Aussi, pour les besoins pratiques, elle a été définie conventionnellement par la normalisation française comme étant la contrainte qui engendre une déformation nominale irréversible de 0,2 % (ordre de grandeur : de 100 à 1 800 MPa). Cette limite d'élasticité conventionnelle est notée  $R_{0,2}$  (figure XIV.3).

Dans les cas de chargement tridimensionnel, des critères de limite d'élasticité définissent le domaine élastique dans l'espace des contraintes : critère de Tresca, critère de von Mises. Ces critères sont utilisés dans les calculs. Le critère le plus employé est le critère de Von Mises pour lequel on définit une contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  :

$$\sigma_{eq} = \left[ \frac{1}{2} \text{tr} \left( \underline{\underline{\sigma}}^2 \right) \right]^{1/2} \quad (10)$$

telle que, à la limite d'élasticité,  $\sigma_{eq} = \sigma_e$ . Ces critères sont basés sur le mécanisme de la déformation plastique des métaux. En effet les déformations plastiques des métaux sont les résultats de glissements, de cisaillements intracristallins gouvernés par des contraintes tangentielles. Par conséquent dans ces critères, le seuil de plasticité est lié à l'énergie élastique de cisaillement.

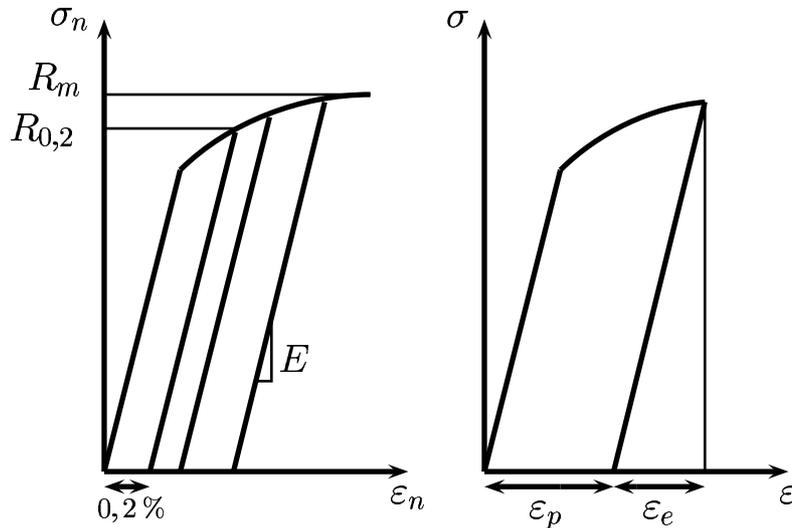


Figure XIV.3: TrACTION uniaxiale, comportement élastoplastique

## 2.2 DÉFORMATION PLASTIQUE

Le seuil d'élasticité franchi, l'éprouvette se déforme plastiquement. Si on relâche l'effort, le module d'élasticité peut être considéré comme non modifié par l'écoulement plastique, la déformation à la décharge est proportionnelle à la contrainte selon le coefficient de proportionnalité  $E$ , le module d'élasticité de Young. En revanche l'éprouvette ne retrouve pas sa longueur initiale, elle conserve une déformation permanente  $\varepsilon_p$  (figure XIV.3). On introduit alors une partition des déformations entre une partie élastique et une partie plastique.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (11)$$

Cette relation peut s'écrire en outre parce que la déformation plastique est macroscopiquement homogène. Les termes de déformation homogène traduisent le fait que toute la partie utile de l'éprouvette se déforme uniformément.

Les premiers glissements apparaissent dans les cristaux dont les plans de glissement cristallographique sont orientés à  $45^\circ$  de la sollicitation macroscopique  $F$ . Les autres systèmes de glissement se mettent en action pour accommoder la déformation et ainsi la déformation devient macroscopiquement homogène. De plus la déformation plastique est stable, chaque état est un état d'équilibre et la déformation plastique se fait sans variation de volume.

L'effort qu'il est nécessaire d'appliquer à l'éprouvette pour poursuivre sa déformation ne reste pas constant mais croît de façon continue : ce fait traduit le phénomène de consolidation ou d'écrouissage.

Ce phénomène d'écrouissage s'explique au niveau de la microstructure par l'augmentation de la densité de dislocations qui ont tendance à s'enchevêtrer et à se bloquer.

L'effet d'écrouissage dû à l'écoulement plastique se produit pour des déformations croissantes si la contrainte augmente. En effet si l'on décharge, le comportement redevient élastique. Ainsi la limite élasticité augmente pendant l'écoulement. Ce phénomène se vérifie sur la figure XIV.3 par des décharges et recharges, l'augmentation des contraintes entraîne une augmentation de la limite élasticité. A partir de cette approximation, certaines théories de la plasticité ont été élaborées. Ainsi, on redéfinit un seuil dit seuil plastique  $\sigma_s$ , qui correspond à la limite actuelle d'élasticité, c'est à dire la plus grande valeur de la contrainte atteinte au cours du chargement. Pour des matériaux à écrouissage positif, c'est à dire  $d\sigma/d\varepsilon_p > 0$ , la limite d'élasticité  $\sigma_e$  est la plus petite valeur du seuil de plasticité. La fonction d'écrouissage  $f(\varepsilon_p)$  est représentée par le point représentatif du seuil de plasticité  $\sigma_s$  et s'écrit :

$$\sigma_s = \sigma_n - \sigma_e = f(\varepsilon_p) \quad (12)$$

La fonction analytique que nous proposons pour modéliser l'écrouissage fait appel à la théorie des dislocations. Cette théorie relie proportionnellement la contrainte seuil et la racine carrée de la densité de dislocation  $\rho_d$  :

$$\sigma_n - \sigma_e = \alpha\sqrt{\rho_d} \quad (13)$$

En déformation croissante, comme nous venons de le voir, le seuil de plasticité s'élève : c'est le durcissement. Le seuil de plasticité peut s'abaisser en valeur absolue pour des contraintes du signe opposé consécutives à une traction préalable : c'est l'effet Bauschinger. En effet, les déformations permanentes induisent de l'anisotropie. La

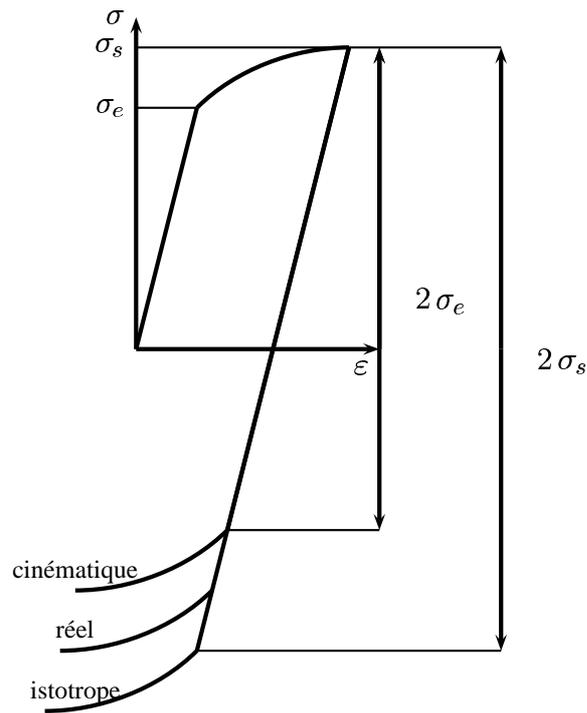


Figure XIV.4: Traction uniaxiale, influence de la fonction d'écrouissage

limite d'élasticité en compression monotone est égale à la limite d'élasticité en traction monotone pour les premiers chargements (voir figure XIV.4).

Ainsi, lorsque le matériau est chargé au-delà de sa limite d'élasticité, l'état de référence du matériau est modifié et le domaine élastique évolue en conséquence. On distingue alors dans les modèles de comportement deux types d'écrouissage pour caractériser l'évolution du domaine élastique : l'écrouissage isotrope et l'écrouissage cinématique. L'écrouissage isotrope modélise un gonflement du domaine élastique, il est relié physiquement à l'évolution de la densité de dislocations. L'écrouissage cinématique correspond à une translation du domaine élastique, il est relié physiquement à l'évolution des contraintes internes dues aux incompatibilités de déformation à l'échelle microscopique. Dans la réalité, les matériaux ont un écrouissage qui est la combinaison des deux phénomènes (voir figure XIV.4).

Si l'on continue à charger le matériau, on atteint une certaine charge dite charge limite, charge à partir de laquelle la contrainte nominale chute. Au-delà de cette charge limite, la déformation demeure essentiellement plastique et irréversible, mais elle est cette fois hétérogène. En effet, il y a striction et la section cesse d'être uniforme sur toute la longueur utile (voir figure XIV.5), l'effort exercé diminuant au fur et à mesure que l'allongement croît. Finalement, la striction est interrompue au moment de la rupture de l'éprouvette. Selon les cas, le domaine de striction peut être étendu ou restreint, voire inexistant, ce qui signifie alors que le matériau est fragile.

On remarquera que le domaine de striction débute à partir de la charge limite : la

tangente est horizontale. Le fait que la déformation plastique se poursuive au-delà de la charge limite bien que la charge appliquée diminue, prouve qu'il se produit un phénomène dit d'instabilité géométrique. La condition critique de striction s'écrit respectivement en grandeur nominale et en grandeur vraie de la façon suivante :

$$\frac{d\sigma_n}{d\varepsilon_n} = 0 \text{ ou } \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma \quad (14)$$

Deux phénomènes sont en compétition, le phénomène de consolidation et le phénomène entraînant la diminution de charge lié à la réduction progressive de section. On conçoit donc que les deux phénomènes puissent se compenser à un instant donné : à la charge limite (voir figure XIV.5). L'effort appliqué passe par un maximum, tandis que la contrainte continue de croître dans la section la plus réduite de l'éprouvette. Enfin, après rupture, la section rompue aura une aire  $S_f$  et on définira la striction par la relation :

$$\Sigma = \frac{S_0 - S_f}{S_0} \quad (15)$$

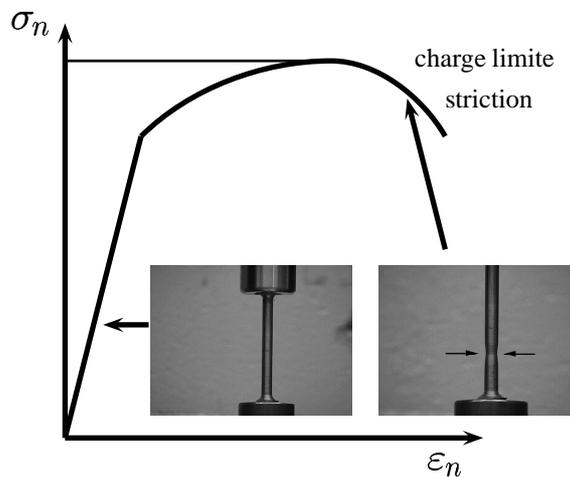


Figure XIV.5: Traction uniaxiale, phénomène de striction à partir de la charge limite

### 3 VISCO-PLASTICITÉ : FLUAGE ET RELAXATION

Les considérations précédentes ne font intervenir que les paramètres mesurés expérimentalement dans des conditions d'essais données, en particulier à une vitesse de traction fixées. Ce paramètre influence nettement l'allure de la courbe de traction. Par définition, la vitesse de traction (qu'il est relativement aisé de maintenir constante durant l'essai) s'exprime conventionnellement par :

$$\dot{\varepsilon}_n = \frac{d\varepsilon_n}{dt} = \frac{1}{l_0} \frac{dl}{dt} \quad (16)$$

on peut aussi définir une vitesse de déformation :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon_n}{dt} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} \quad (17)$$

Pour certains matériaux l'écoulement plastique dépend de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  : l'écoulement est dit viscoplastique (voir figure XIV.6). Plus la vitesse de déformation est élevée, plus la consolidation est importante.

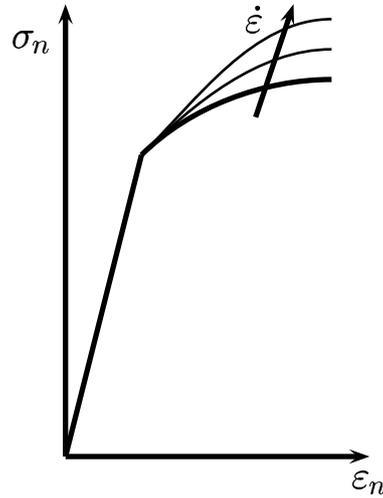


Figure XIV.6: Influence de la vitesse de déformation sur la courbe de traction

Le glissement intergranulaire traversant ou suivant les joints de grains est favorisé par l'activation thermique et est surtout sensible aux températures dépassant le tiers de la température de fusion du matériau. Les effets de vitesses et de température sont reliés, en effet plus la vitesse de sollicitation augmente plus la température du matériau est importante.

Le modèle le plus simple pour modéliser la viscoplasticité est celui de Bingham. L'écoulement à lieu à partir d'un seuil  $\sigma_s$ , il est linéaire :

$$\dot{\epsilon} = 0, \sigma < \sigma_s \quad (18)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta}, \sigma > \sigma_s \quad (19)$$

$\eta$  est un paramètre matériau.

Afin de mieux caractériser les lois viscoplastiques et le caractère visqueux du matériau, deux essais sont normalisés : l'essai de relaxation et l'essai de fluage.

### 3.1 DESCRIPTION DES ESSAIS

Dans l'essai de relaxation, une déformation est imposée brusquement, puis elle est maintenue constante au cours du temps. La contrainte qui en résulte diminue progressivement au cours du temps. La contrainte chute alors que la déformation viscoplastique continue d'augmenter. De ces observations, au cours de la relaxation, les vitesses de contraintes et de déformations viscoplastiques  $\dot{\epsilon}_v$  sont liées par la relation suivante :

$$\dot{\sigma} = -E \dot{\epsilon}_v \quad (20)$$

où  $E$  est le module de Young.

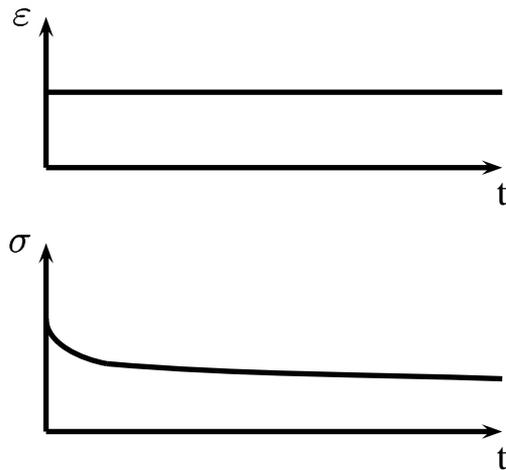


Figure XIV.7: Essais de relaxation

Dans le second type d'essai, c'est la charge qui est appliquée brusquement et maintenue constante pendant un certain temps. A la déformation élastique plus la déformation plastique vient s'ajouter une déformation différée (ou retardée). La suppression brusque de la contrainte (la décharge) entraîne une recouvrance élastique instantanée suivie d'une recouvrance différée, de nature viscoplastique. La recouvrance est partielle, il subsiste une déformation permanente, dite plastique.

Les campagnes d'essais sont conduites de deux manières différentes, suivant l'usage du matériau : essais isothermes à diverses températures sous charge/déformation (fluage/relaxation); essai isotherme à une seule température, mais à diverses charges/déformations (fluage/relaxation).

Les lois établies et utilisés pour rendre compte des effets de vitesse et de température sont des lois de fluage. Dans la plupart des cas, les lois simples ne sont pas capables de décrire simultanément le fluage et la relaxation.

### 3.2 ANALYSE PHYSIQUE ESSAI DE FLUAGE

Pendant la charge croissante, on distingue deux zones : le fluage primaire, où la vitesse de déformation viscoplastique diminue et le fluage secondaire, où la vitesse viscoplastique est constante, le fluage est dit stationnaire. Lorsque l'on conçoit une pièce, c'est le fluage stationnaire qui nous préoccupe le plus. Ainsi dans les modèles que nous allons présenter nous ne considérons que le fluage stationnaire. Les mécanismes physiques responsables de la viscoplasticité se distinguent selon le rapport entre la température d'utilisation  $T$  et la température de fusion du matériau  $T_f$ . Ainsi on distinguera les mécanismes viscoplastique à basse température : ( $T/T_f < 0.3$ ) de ceux qui se produisent à haute température : ( $T/T_f > 0.5$ ).

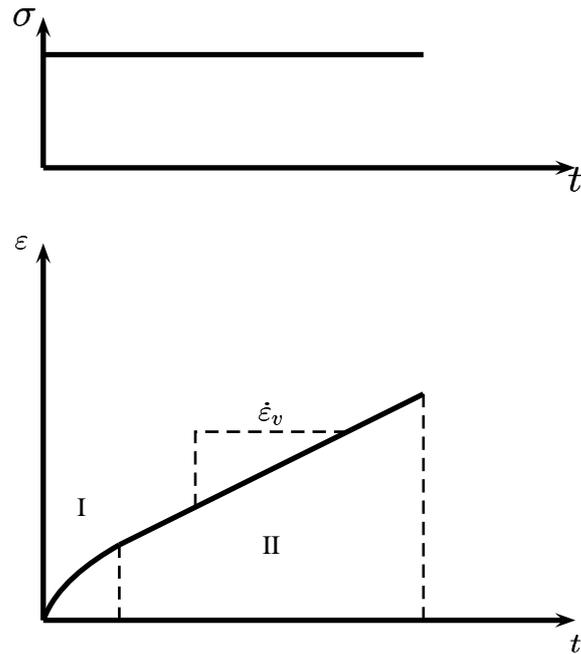


Figure XIV.8: Les trois stades du fluage.

### 3.2.1 Sensibilité à la vitesse à basse température

A basse température, le mécanisme prépondérant responsable des effets de vitesse est l'activation thermique de la plasticité.

Ce processus se base sur la relation d'Orowan, qui relie la vitesse de déformation macroscopique aux données microscopiques, telles que la densité de dislocations  $\rho_d$ ,  $v$  la vitesse moyenne des dislocations et le vecteur de Burgers  $b$  :

$$\dot{\epsilon} = \rho_d b v \quad (21)$$

Cette relation reste valable pour des glissements ou des montées de dislocations. Lorsque les dislocations rencontrent un obstacle, tel qu'un précipité, l'obstacle pourra être franchi, soit à l'aide d'une contrainte appliquée, soit à l'aide d'une agitation thermique. On dit alors que le segment de dislocation a franchi la barrière de potentiel qui s'oppose à son mouvement. La réversibilité n'est possible que si la distance parcourue par la dislocation est faible, de l'ordre de quelques  $b$  (vecteur de Burgers). Un modèle simple permet de relier la vitesse de déformation viscoplastique avec l'aire d'activation  $A^*$  (aire balayée par la dislocation lors de son passage de l'état initial à la position de col de la barrière de potentiel), par la loi puissance suivante :

$$\dot{\epsilon}_v = \left( \frac{\sigma}{K} \right)^{1/m} \quad (22)$$

$$m = \left( \frac{d \ln \sigma}{d \ln \dot{\epsilon}_v} \right)_T \quad \text{ou} \quad m = \frac{b \sigma A^*}{k T} \quad (23)$$

### 3.2.2 Fluage à haute température

La viscoplasticité à haute température fait appel à des phénomènes de diffusion. Deux modes sont alors distingués selon la distance parcourue par la matière. Si la distance est courte, les mécanismes de fluage sont contrôlés par les mouvements de dislocations, si la distance est de l'ordre des grains, le mécanisme de transport se fait par diffusion transgranulaire (modèle de Herring- Nabarro) ou par diffusion intergranulaire (modèle de Coble).

#### Fluage par dislocations

Deux grandes classes de ce processus existent : le fluage par restauration et le fluage par montée des dislocations. On appelle restauration statique, une restauration où la vitesse de déformation viscoplastique est faible et où la restauration s'effectue à haute température. Par traitement thermique, la microstructure subit un réarrangement de la matière et l'écroutissage est compensé par la restauration.

Le mécanisme de fluage par montée des dislocations permet également de restaurer le matériau. Il se produit une compétition identique au fluage par restauration, entre la production de dislocations et leur diminution. Le phénomène de montée de dislocation se produit lorsqu'une dislocation est bloquée par un obstacle (les atomes de soluté, les précipités ...). La diffusion des atomes loin de la dislocation permet de débloquent la dislocation. Elle bouge vers le haut (dislocation coin), c'est-à-dire hors de son plan de glissement. Ce processus s'appelle la montée. Il se produit à des températures supérieures à  $0,3T_f$ , températures permettant la diffusion.

Ce mécanisme de dislocation est continu, il se reproduit dès que la dislocation rencontre à nouveau un obstacle. Le modèle associé à ce phénomène a la forme d'une loi d'Arrhénius et s'écrit tel que :

$$\dot{\epsilon}_v = A \sigma^n \exp(-Q/RT) \quad (24)$$

où:

- $A$  une constante
- $Q$  l'énergie d'activation thermique du fluage ( $J.mol^{-1}$ )
- $R$  la constante universelle des gaz parfaits :  $8,31 J.mol^{-1} K^{-1}$
- $T$  la température

La loi est continue comme le phénomène. Elle dépend du coefficient de diffusion  $D = D_0 \exp(-Q/RT)$  et de la contrainte liée à la force de montée. Le phénomène du fluage par restauration est piloté par le temps et la température.

#### Fluage diffusionnel

Les modèles que nous allons présenter reposent sur les hypothèses simplificatrices suivantes : grains sphériques et déformation homogène des grains.

Herring et Nabarro pensent que le transport de la matière se fait par extraction d'atomes de l'intérieur d'un cristal à travers sa surface. L'atome quitte la face du cristal sous compression et laisse une lacune sur une face soumise à de la tension.

Les flux des lacunes et des atomes se font en sens inverse à travers le volume du grain. Les atomes se déplacent de la face sous compression vers la face sous tension et les lacunes sont transportées par le chemin inverse. En traction, il en résulte une évolution morphologique des grains qui s'allongent dans la direction de la contrainte  $\sigma$  appliquée et se rétrécissent dans la direction transverse, ce qui justifie la déformation produite (voir figure XIV.9).

Le flux associé aux atomes est lié à la vitesse de déformation viscoplastique  $\dot{\epsilon}_v$ , en supposant que l'allongement élémentaire correspond à une sortie d'atome, par la relation suivante :

$$\dot{\epsilon}_v = B \frac{\Omega D_v \sigma}{d^2 kT} \quad (25)$$

où

- $D_v$  la vitesse de fluage
- $\Omega$  volume atomique
- $B = 16$  pour des grains sphériques
- $\frac{\pi d^2}{4}$  la surface du cristal

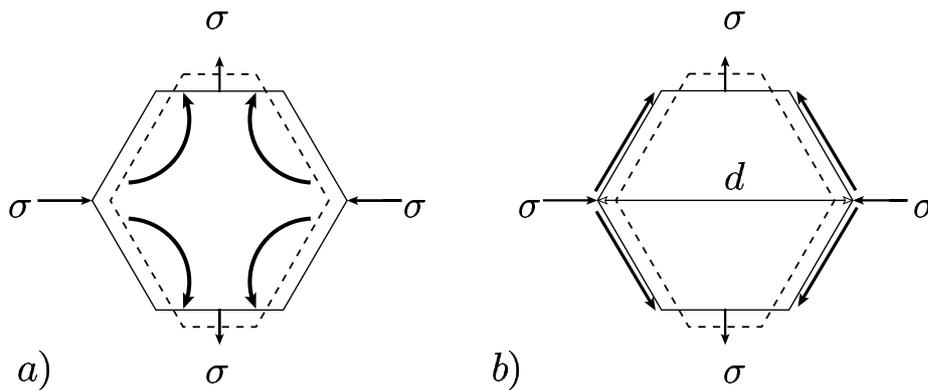


Figure XIV.9: a) diffusion intergranulaire et b) diffusion aux joints de grains (schéma pour des grains à géométrie polyédrique)

En revanche, Coble propose un modèle de fluage polycristallin où la vitesse de déformation est gouvernée par la diffusion le long des grains et non à travers le grain (voir figure XIV.9). Il introduit alors le coefficient de diffusion intergranulaire  $D_j$  pour écrire le flux de lacunes et évalue comme précédemment l'allongement élémentaire. La forme de la déformation viscoplastique est telle que :

$$\dot{\epsilon}_v = B' \frac{\delta_j D_j \sigma \Omega}{kT d^3} \quad (26)$$

où :

- $\delta_j$  largeur des joints de grain
- $B'$  une constante

La différence entre le modèle de Herring-Nabarro et celui de Coble porte d'une part sur l'influence sur la taille de grain et d'autre part sur l'énergie d'activation puisque l'énergie d'auto-diffusion intergranulaire est environ deux fois plus faible que l'énergie d'auto-diffusion intragranulaire (volumique).

En conclusion, ces modèles sont des lois du type visqueux non Newtonien, leur écriture se généralise sous la forme de la Loi de Norton, telle que:

$$\dot{\epsilon}_v = A(T) \frac{(\sigma - \sigma_s)^n}{d^p} \quad (27)$$

où :

- $n = 1$  pour un fluage diffusionnel
- $n = 4$  pour un fluage par dislocations
- $p = 2..3$  pour un fluage diffusionnel avec  $\sigma_s = 0$  ou  $\sigma_s \neq 0$
- $p = 0$  pour un fluage par dislocations avec  $\sigma_e = 0$

Le terme  $A(T)$  suit généralement une loi d'Arrhénius dans laquelle apparaît l'énergie d'activation correspondant au chemin de diffusion.