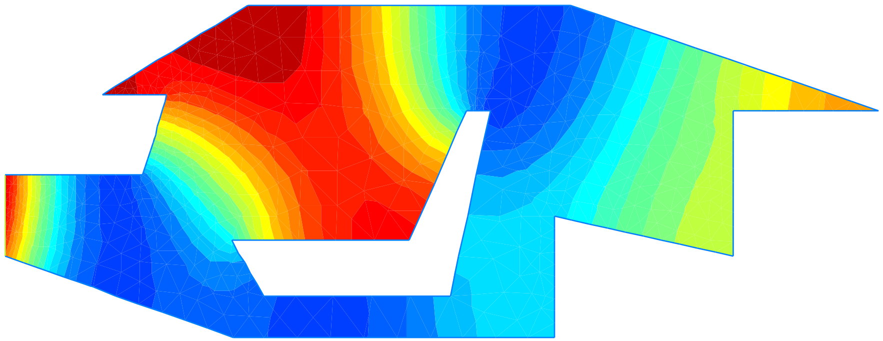
ENSMP 2ème/3ème année, Cours d'éléments finis, 22–26 novembre 2004

Comportement acoustique d'un véhicule

L'air contenu dans l'habitacle d'une voiture est mis en mouvement par les vibrations du moteur du véhicule, représenté ici par le panneau avant. On considère ici une propagation du son à fréquence fixée. On s'interessera en particulier aux relations entre la fréquence et la finesse du maillage, d'une part, à l'influence de l'impédance acoustique du toit du véhicule (considéré comme un amortisseur) d'autre part.

Code utilisé : *FreeFem++*

Mots-clés : *Mécanique des fluides, acoustique, équation de Helmholtz*



Présentation

À fréquence donnée, la propagation du son dans un domaine plan Ω est régie par l'équation de Helmholtz :

$$\Delta p + k^2 p = 0 \quad \text{dans } \Omega, \tag{1}$$

avec $k = \omega/c$, où p est la pression de l'air, $\omega = 2\pi f$ est la pulsation (f est la fréquence), et c est la vitesse de propagation de l'air dans le milieu considéré. On ajoute des conditions aux limites :

$$\frac{\partial p}{\partial n} + i\omega\rho v_n = 0 \quad \text{sur } \Gamma_N, \tag{2}$$

et

$$\frac{\partial p}{\partial n} + i\omega\rho A p = 0 \quad \text{sur } \Gamma_R, \tag{3}$$

où ρ est la masse volumique du milieu, v_n la vitesse normale du solide entourant le domaine et$A$ l'admittance du milieu ($A = 1/Z$, où Z est l'impédance).

Donner une formulation variationelle du problème. Peut-on lui appliquer le théorème de Lax–Milgram ?

Un problème modèle

On considère tout d'abord une géométrie simplifiée : Ω est le carré $[0,L] \times [0,L]$, et les conditions aux limites sont et

$$p = e^{ikx\cos(\alpha)} \quad \text{sur } \{y = 0\}, \tag{4}$$

et

$$\frac{\partial p}{\partial n} + i\omega\rho A p = 0 \quad \text{sur les 3 autres bords.} \tag{5}$$

L'admittance A est définie par

$$\begin{aligned} A &= -\frac{\cos\alpha}{\rho c} \text{ sur } \{x = L\} \\ A &= -\frac{\sin\alpha}{\rho c} \text{ sur } \{y = L\} \\ A &= \frac{\cos\alpha}{\rho c} \text{ sur } \{x = 0\} \end{aligned} \tag{6}$$

Vérifier que la solution exacte de ce problème est $p(x,y) = \exp(ik(x\cos\alpha + y\sin\alpha))$.

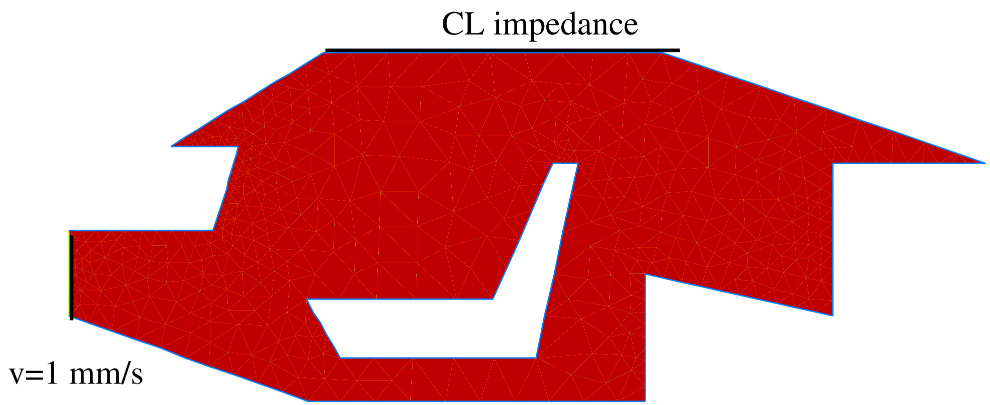
On prendra les valeurs numériques suivantes : taille du carré $L = 10$m, vitesse $c = 250\text{m/s}$, $\rho = 0.004\text{kg/m}^3$.

On prend tout d'abord $f = 100$Hz. Calculer la solution numérique et l'erreur pour une discrétisation de 50, 100 et 200 points sur chaque coté du bord. Observer l'ordre de convergence.

Augmenter la fréquence, et trouver le nombre de points par longeur d'onde nécessaire pour obtenir une précision de 1% ?

Application au compartiment d'un véhicule

On considère maintenant le véhicule représenté sur la figure ci-dessous :



Le panneau vertical à l'avant représente les vibrations du moteur ($v_n = 1\text{mm/s}$), et on suppose que le panneau horizontal est un amortisseur structural (admittance $A = 1/2000\text{Pas/m}$). On prendra $c = 340\text{m/s}$ et $\rho = 1.225\text{kg/m}^3$.

Calculer le champ de pression acoustique, en faisant varier la pression de $f = 100$Hz à la valeur la plus élevée possible (600800Hz).

Étudier l'influence du coefficient d'admittance.