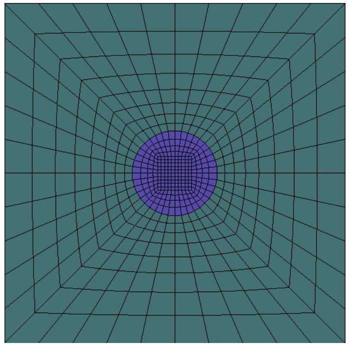
ENSMP 2ème/3ème année, Cours d'éléments finis, 22–26 novembre 2004

Etude d'une inclusion dans un milieu infini

Il s'agit d'un problème de base en mécanique des milieux hétérogènes. Il concerne la situation élémentaire d'hétérogénéité entre une zone donnée (l'inclusion) et son environnement (la matrice). Ce problème permet d'analyser des situations particulières (pécipités, lacunes, ...), et ce à différentes échelles.

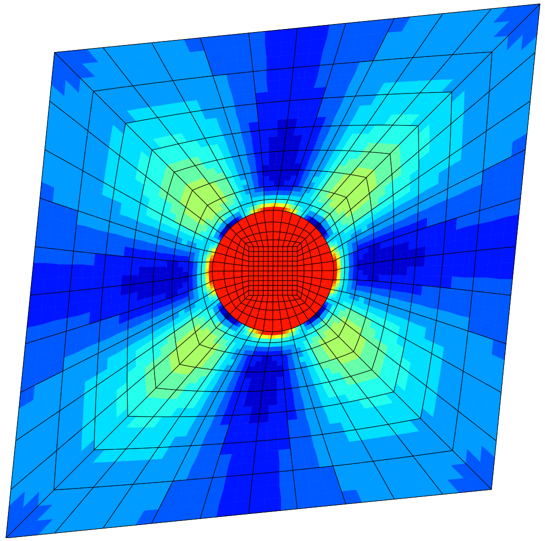


On étudie ici une inclusion élastique entourée d'une matrice elastique isotrope soumise à l'infini à un chargement $\underset{\sim}{\mathbf{E}}$ ou $\underset{\sim}{\sigma}$. Il est demontré que la déformation et les contraintes sont homogènes au sein de l'inclusion (solution d'Eshelby).

Dans ce mini-projet, on se propose d'etudier dans un premier temps le cas d'une inclusion isotrope, puis d'une inclusion anisotrope. Le type de sollicitations (conditions aux limites) pourra être modifié afin d'étudier le comportement en traction, cissaillement. On pourra de plus proposer plusieurs conditions aux limites permettant d'obtenir un cissaillement.

Code utilisé : *ZéBuLoN*

Mots-clés : *Inclusions, homogénéisation*



Présentation

Dans le cas d'une sphère dans une matrice soumise à l'infini à une déformation homogène au contour $\underset{\sim}{\mathbf{E}}$ et de l'elasticité isotrope pour l'inclusion et pour la matrice, la déformation dans l'inclusion est donnée par $\underset{\sim}{\varepsilon}^I = \frac{1}{1+\alpha_o \delta k/k_0} \frac{Tr\underset{\sim}{\mathbf{E}}}{3} \underset{\sim}{\mathbf{1}} + \frac{1}{1+\beta_o \delta\mu/\mu_0} \underset{\sim}{\mathbf{E}}^{dev}$
où
$\alpha = \frac{3k}{3k+4\mu} = \frac{1+\nu}{3(1-\nu)} \beta = \frac{6(k+2\mu)}{5(3k+4\mu)} = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)}$

et $\delta k = k - k_0, \delta\mu = \mu - \mu_0$ μ et k sont respectivement le module de cisaillement et de compressibilité

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, k = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ Traiter le cas d'une inclusion soumise à une déformation $E_{22} = .1$. *On calculera particulièrement ε^I_{22}.* Pour ce

calcul les coéfficients sont les suivants :
$E^I = 200000.MPa$
$E^M = 10000.MPa$
$\nu^I = 0.3$
$\nu^M = 0.3$

Travail proposé

On se propose de calculer ici les contraintes et déformations dans une inclusion cicrculaire (d=1mm) entourée d'une matrice (de dimension 2mm*2mm). On se place par conséquent dans le cas de contraintes planes. Pour des raisons de symétrie, on ne modélise que le quart de la cellule. La géométrie utilisée se trouve dans le fichier `eshelby_quart.geof`. On visualisera le maillage à l'aide de l'interface graphique Zmaster. Pour cela :

- taper `Zmaster eshelby_quart.geof`
- cliquer sur *Mesh*
- pour visualiser l'inclusion cliquer successivement sur *inclusion* et *Draw*
- pour visualiser la selection de nœuds (nset, liset) cliquer sur *bas* puis *Draw*. On peut appliquer des conditions aux limites et dépouiller les résultats le long de ces lignes.

Proposer les conditions aux limites qui permettent d'obtenir la symétrie. On apliquera une pression sur le `liset haut`

cas d'une inclusion isotrope

Le calcul est traité dans un premier temps en élasticité isotrope linéaire. Les coéfficients matériaux pour l'inclusion et la matrice sont respectivement le module d'Young $(E^I = 200000.MPa, E^M = 10000.MPa)$ et le coéfficient de Poisson $(\nu^I = 0.3, \nu^M = 0.3)$. Vous trouverez ces coéfficients matériaux dans les fichiers de mise en données `inclusion_iso.mat`

La mise en données de ce calcul est dans le fichier `traction_isotrope.inp`

- visualiser le fichier à l'aide de l'editeur de texte `emacs` en tapant `emacs traction_isotrope.inp`
- lancer le calcul avec la commande `Zrun traction_isotrope`
- dépouiller les résulats à l'aide de `Zmaster traction_isotrope` et cliquer sur *Results*
- pour afficher les isovaleurs des contraintes (ex σ_{22}) cliquer sur *sig22* puis *Draw*
- sauver la figure (ex σ_{22}) dans le fichier `Resultat1.ps` avec *Alt+P*
- pour tracer un courbe le long d'un profil cliquer sur *Plot* puis choisir un profil *liset :bas* la variable *x* en abscisse et *sig22* en ordonnées puis cliquer sur *Draw*

Quelles conclusions faites vous ?

Cas d'une inclusion anisotrope

On se propose d'étudier ici le cas d'une inclusion anisotrope. Pour celà modifier le fichier de mise en données précédent (à copier dans un nouveau fichier `traction_anisotrope.inp`) en prenant comme fichier matériaux pour l'inclusion cette fois-ci `inclusion_aniso.mat`. On choisit de l'élasticité cubique pour l'inclusion. On utilisera la même démarche que précédemment. On sauvegardera le résultat dans le fichier Resultat2.ps

Quelles remarques pouvez vous faire ?

Cas d'un Cisaillement

On étudie ici une plaque en cisaillement. Pour celà le maillage utilisé est une plaque complète (fichier `eshelby_entiere.geof`). On applique une déformation E_{12} homogène au contour. La mise en donnée est dans le fichier `cisaillement_entiere.inp`.

- ouvrir le fichier `.inp`
- sauver la figure du champ de contrainte σ_{12} dans le fichier `Resultat3.ps`
- tracer le profil des contraintes suivant le profil *milieu* et le sauvegarder dans le fichier `cisaillement_entiere.tab`

Proposer une autre méthode pour obtenir un cisaillement en utilisant le quart de l'éprouvette, et justifier votre choix.

- Rajouter les conditions aux limites dans le fichier `cisaillement_quart.inp` afin de reproduire un cisaillement
- effectuer le calcul
- puis lancer un *Post-processing* afin de calculer les contraintes dans un nouveau repère. Pour celà taper `Zrun -pp cisaillement_quart.inp`
- dépouiller les résultats et sauver le champ de contraintes σ_{12} dans le fichier `Resultat4.ps`
- Tracer le profil des contraintes suivant le profil `diagonale1` et le sauvegarder dans le fichier `cisaillement_quart.tab`
- afin de comparer les deux calculs lancer la commande `gnuplot cisaillement.gnu`.

Cas avec bord libre

S'inspirer du fichier `traction_isotrope.inp` et modifier les conditions aux limites afin que l'inclusion soit sur un bord libre. Comme dans le cas isotrope, la sollicitation est une traction uniaxiale. *Effectuer le*

calcul et conclure.

Calcul axisymétrique

On propose ici de réaliser un calcul axisymétrique. Le maillage utilisé est dans le fichier `eshelby_quart_axi.geof` et la mise en donnée dans `traction_isotrope_axi.inp`.

- En vous inspirant des calculs précédents y rajouter les conditions aux limites afin d'avoir une déformation uniaxiale homogène au contour.
- faire un *Post-processing* afin de calculer la valeur moyenne des variables dans l'inclusion.
- ouvrir le fichier traction_isotrope_axi.post contenant le résultats de ce *Post-processing*
- Comparer la valeur de la déformation ε_{22} avec celle obtenue analytiquement.