

ENSMP 2ème/3ème année, Cours d'éléments finis, 22–26 novembre 2004

Etude de la conduction d'un anneau

Sur un anneau formé de deux cercles concentriques de rayon intérieur r_0 et de rayon extérieur r_1 , on applique une différence de potentiel entre le cercle $r = r_0$ et le cercle $r = r_1$. On calcule la résistance du système, d'abord dans le cas d'un matériau homogène, puis d'un milieu composé de deux matériaux, le rapport de résistivité étant de 1000. On prendra $\rho_0 = 1000 \Omega \cdot \text{cm}$ et $\rho = 1 \Omega \cdot \text{cm}$.

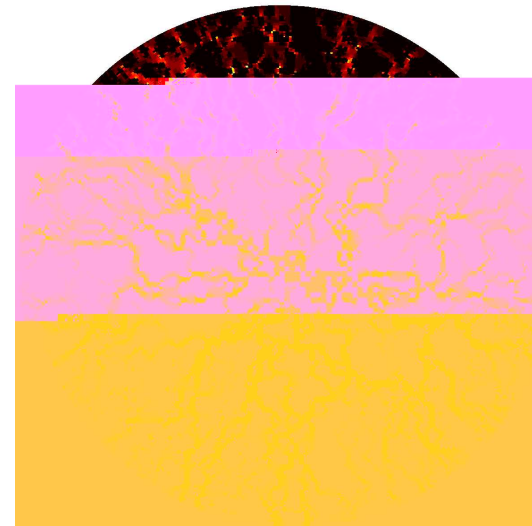
Dans le cas d'un matériau homogène, les lignes de courant sont radiales et le problème se résout trivialement de façon analytique. Lorsqu'il n'y a qu'une faible fraction volumique de matériau de faible résistivité, celui-ci est entouré par le matériau à forte résistivité, et la résistance reste élevée. En considérant des fractions surfaciques de plus en plus élevées de matériau à faible résistivité, il arrive un moment où se créent des chemins préférentiels dans celui-ci. La fraction correspondante est

le *seuil de percolation*.

Dans ce mini-projet, on se propose de chercher la valeur de la résistance en fonction de la fraction surfacique de phase à faible résistivité, que l'on note f , et on cherche des interprétations simplifiées du phénomène au moyen de petits modèles analytiques.

Code utilisé : *ZéBuLoN*

Mots-clés : *conduction, homogénéisation, milieux aléatoires, contrôle de taille de maille*



Introduction

Analogie conduction thermique – conduction électrique On dispose pour résoudre le problème d'un code de thermique. Ecrire les équivalences entre les deux types de problèmes physiques (température \equiv potentiel électrique,...).

Ecrire la solution analytique du problème pour un matériau homogène.

Problème axisymétrique (répertoire AXI)

On traite le problème dans le plan r - z . On se propose d'étudier l'effet du maillage sur le résultat obtenu.

Les fichiers disponibles

Deux fichiers de dessin, `hollin.mast` et `holquad.mast` : ils contiennent des macro-maillages paramétrés, et servent à fabriquer les fichiers de maillage

Deux fichiers de données du calcul, `hollin.inp` et `holquad.inp`.

Un fichier représentant le matériau, `cl.mat`.

Le problème `hollin` correspond à des éléments linéaires, le problème `holquad` à des éléments quadratiques.

Travail proposé

Editer les fichiers `*.mast` et prendre connaissance de la mise en données. On repérera la définition des points (`**point`), des lignes (`**line`), sur lesquelles on définit un découpage (`*cuts`) et une progression géométrique (`*progression`), puis de la macromaille à traiter (`**domain domain1`, constituée selon le cas d'éléments axisymétriques à 4 nœuds (`cax4`) ou à 8 nœuds (`cax8`), et des groupes de nœuds (`**domain bset`).

Editer le fichier de données du calcul, `hollin.inp`. La partie analyse (après la commande `***calcul`) permet de spécifier successivement :

- le schéma de résolution (`**resolution` : cette partie n'est vraiment utile que pour spécifier des problèmes d'évolution. Elle est donc réduite à sa plus simple expression dans ce cas ;

- les conditions aux limites : ici, la «température» est imposée, à une valeur de 1 sur les nœuds du bord intérieur, en $r = r_0$ et de 0 sur les nœuds du bord extérieur, en $r = r_1$;

- la lecture des caractéristiques du matériau dans le fichier `cl.mat`. Il introduit simplement une «conductivité» k de 1.

- en plus des résultats traditionnels sur les nœuds et les points de Gauss, la spécification `*nset_var` de l'option `**curve` dans `***output` permet d'obtenir, sur l'ensemble des nœuds du bord intérieur et extérieur la valeur du «flux» sortant. Pour un problème donné, le résultat se trouvera dans le fichier du même nom, d'extension `test` ;

- le mot-clé `****return` termine la partie analyse.

Créer le fichier de maillage pour le problème quadratique (commande `Zrun -B holquad`). Contrôler le fichier `holquad.geof` obtenu. Lancer le calcul (commande `Zrun holquad`) et vérifier le résultat du problème (`Zmaster holquad`). Examiner le fichier `holquad.test`, en déduire la résistance calculée, et la comparer avec la valeur analytique.

Tracer une comparaison calcul-formule analytique en modifiant le fichier `holquad.mast`. On examinera d'abord, pour r_1 constant, l'effet de la variation de r_0 (par exemple $r_0 = 0.5, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001$). On modifiera ensuite le nombre d'éléments, actuellement fixé à 20.

Recommencer le même travail avec le maillage linéaire

Effectuer le calcul pour chaque maillage avec $r_0 = 0$. Que conclure du résultat ? Cette petite étude donne des repères pour fixer la stratégie de maillage dans la partie suivante.

Problème plan (répertoire PLAN)

Le fait d'avoir un matériau à deux phases distribuées de façon aléatoire détruit le caractère axisymétrique. On considère donc maintenant un maillage plan.

Les fichiers disponibles

Les fichiers géométrie, `disklin.mast` et `diskquad.mast` qui permettent de fabriquer le fichier de maillage associés. *Fabriquer tout de suite ces maillages, car l'opération est un peu longue pour le découpage choisi (quelques minutes par maillage). On pensera à sauver chaque maillage réalisé afin d'éviter de refabriquer plusieurs fois le même.*

Les fichiers de données correspondants, définissant l'analyse et un post-traitement.

Les fichiers représentant le matériau. Il y a un fichier pour lequel le matériau est uniforme, `c1.mat`, et un second, `condu.mat`, qui permet de définir une distribution aléatoire du matériau.

Les fichiers de données de distributions aléatoires, `RANDOM/random.datai`, pour lesquels $f = i\%$.

Un fichier de commande, `RUN`, qui permet de lancer les calculs en adressant un fichier de distribution aléatoire donné.

Donner des estimations de la résistance en fonction de f , en considérant différentes disposition des matériaux.

Editer le fichier de données du calcul. La partie analyse (après la commande `****calcul`) comporte les mêmes mots-clés que dans la partie précédente, plus les commandes suivantes :

- la définition d'une distribution aléatoire : celle-ci couvre le domaine tout entier (points extrêmes définis par `*start` et `*end`), la taille de la cellule est de 0.02 dans les deux directions – *A quoi correspond cette*

dimension ? – les données sont prises dans le fichier `random.data` qui sera affecté par la commande `RUN` décrite plus bas ;

- diverses possibilités pour rentrer les matériaux : il faut pour chaque calcul choisir entre le fichier `c1.mat` et le fichier `condu.mat`.

- le mot-clé `****post_processing`, précède les instructions nécessaires pour calculer, lors d'un post-traitement, la valeur du flux (intensité électrique) sur les points de Gauss : la nouvelle variable, q , sera accessible lors du dépouillement.

Examiner les fichiers `random.datai` *Vérifier que les fractions volumiques visées sont correctes. On utilisera les commandes `grep` et `wc`.*

Examiner le fichier `RUN` . Il lance successivement l'exécution de l'analyse et du post-processeur. La syntaxe est par exemple `Zrun disklin 30` pour effectuer le calcul du problème `disklin` avec le fichier `random.data30`. Observer le moyen par lequel la commande permet d'utiliser le fichier `random.data30`.

Calcul des résistances pour un matériau uniforme

Faire tourner les calculs en utilisant le matériau de `c1.mat`, et comparer les résultats obtenus avec les deux maillages. Trouver le maillage qui donne un rapport qualité/prix (ou plutôt précision du résultat/ temps CPU) satisfaisant. Est-il quadratique ou linéaire ? Dans la suite, on effectuera les calculs avec ce maillage uniquement.

Calcul des résistances pour des distributions aléatoires

En utilisant la commande `RUN`, faire les calculs pour chacune des fractions surfaciques proposées. Pour chaque problème traité :

- calculer la résistance équivalente à l'ensemble ;
- tracer la carte de la distribution spatiale de chaque matériau ;

- tracer les cartes du potentiel et de la densité de courant.

Placer ensuite les valeurs de résistance R évaluées sur un diagramme $f-R$. Comment se placent les résultats par rapport aux estimations initiales ?

Recommencer les calculs précédents pour le cas de $f = 50\%$, en utilisant d'autres distributions des deux matériaux. Pour cela, on utilisera d'autres lignes que les premières dans le fichier `random.data50`. Quelle est la dispersion observée sur R ? Comparer les nouvelles images du potentiel

2

et de la densité de courant avec les précédentes.

Etudier la variation de la dispersion lorsqu'on choisit des tailles de cellule différentes. Pour cela, modifier les valeurs des deux réels du mot-clé `*cell`. Observer l'effet sur la distribution de k . Utiliser différentes parties du fichier `random.data50` afin de caractériser encore une dispersion. Commentaire ?